Mathématiques

pour

apprenti(e)

du domaine de

l'électricité

Mathématiques

➢ Ce symbole dans les pages suivantes indique qu'il y a une explication sur la manipulation de la machine à calculer, modèle : **TEXAS INSTRUMENT TI-30 ECO RS**

Table des matières

Rappel

L'inverse d'un nombre **a** non nul est le nombre qui multiplié à **a** donne 1.

Cet inverse est $\frac{1}{a}$ ou a^{-1}

L'opposé d'un nombre **a** est le nombre qui additionné à **a** donne 0. Cet opposé est **–a**

En effet a + (-a) = 0

Addition et soustraction :

6 + 2 = 8 6 – 2 = 4 6 – (- 2) = 6 + 2 = 8 (-6) – (-2) = -6 + 2 = -4

Multiplication et division :

+	+	⇒	+
+	–	⇒	–
–	+	⇒	–
–	–	⇒	+

$6 \cdot 2 = 12$ $6 : 2 = 3$

$6 \cdot (-2) = -12$ $6 : (-2) = -3$

$(-6) \cdot 2 = - 12$ $(-6) : 2 = -3$

$(-6) \cdot (-2) = 12$ $(-6) : (-2) = 3$

Le carré d'un nombre :

Élever un nombre au carré, c'est le multiplier par lui-même.

Exemple : $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ ou $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

Lorsqu'on élève une grandeur au carré, on doit également élever son unité au carré.

Exemple : $(5\ [cm])^2 = 5\ [cm] \cdot 5\ [cm] = 25\ [cm^2]$

Le cube d'un nombre :

Élever un nombre au cube, c'est le multiplier 3 fois par lui même.

Exemple : $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ ou $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

Lorsqu'on élève une grandeur au cube, on doit également élever son unité au cube.

Exemple : $(5\ [cm])^3 = 5\ [cm] \cdot 5\ [cm] \cdot 5\ [cm] = 125\ [cm^3]$

Exercice 1 : Calculer le carré des nombres suivants :

5 = ………… 1 = ………… 0,125 = ………… -0,0125 = ………

Exercice 2 : Calculer le cube des nombres suivants :

5 = ………… 1 = ………… 0,125 = ………… -0,0125 = ………

1 Hiérarchie des opérations :

S'il n'y a pas de signes de groupement tels que ( ), Q, [ ], { }, les opérations doivent être calculées selon la hiérarchie suivante :

- log **x**, ln, sin **x**, cos **x** etc.
- Puissances et racines
- Multiplications et divisions
- Additions et soustractions.

o On effectue en priorité selon la même hiérarchie les opérations qui se trouvent :

- A l'intérieur des parenthèses : $(3 + 2)^2 \cdot 4 = (5)^2 \cdot 4 = 25 \cdot 4 = \mathbf{100}$
- Au numérateur ou au dénominateur d'une fraction : $\frac{25+3}{4-2} - 6 = \frac{28}{2} - 6 = 14 - 6 = \mathbf{8}$
- Sous un symbole de racine : $2 \cdot \sqrt{3^2 + 7} = 2 \cdot \sqrt{9+7} = 2 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = \mathbf{8}$

2 Nombres arrondis :

Lorsque le chiffre qui suit le dernier que l'on veut utiliser est 0, 1, 2, 3 ou 4, arrondir sans forcer le chiffre précédent.

Exemple : arrondir le 3ème chiffre : le 3ème chiffre est le **4**, donc : 7,1**4**24 = 7,1**4**

Lorsque le chiffre qui suit le dernier que l'on veut utiliser est 5, 6, 7, 8 ou 9, arrondir en forçant le chiffre précédent.

Exemple : arrondir le 2ème chiffre : le 2ème chiffre est le **2**, donc : 4,**2**679 = 4,**3**

3 Chiffres significatifs :

Lorsqu'on lit un nombre de gauche à droite, le **1er chiffre significatif** est le 1er chiffre **différent de 0**.
Tous les **chiffres suivants, y compris 0** sont des chiffres significatifs.

Exemple : **1,8549608** $\Rightarrow$ le 1 est le 1er chiffre significatif de ce nombre à **8** chiffres.

0,0**5562** $\Rightarrow$ le **5** est le 1er chiffre significatif de ce nombre à **4** chiffres significatifs.

3.1 Arrondir

Pour arrondir une réponse, on ne garde que ***n*** chiffres significatifs où que soit la virgule, il faut donc supprimer les chiffres suivants en appliquant la règle des arrondis.

Exemple : arrondir à 3 chiffres significatifs les nombres suivants :

0,1256 $\Rightarrow$ 0,126 1,12865 $\Rightarrow$ 1,13 25,489 $\Rightarrow$ 25,5

3.2 Utilisation des chiffres significatifs

> La réponse d'un problème ne doit pas contenir plus de chiffres significatifs que la donnée qui en contient le moins.

Exemple : On mesure une piscine de 10,25 [m] sur 3,9 [m]. Calculer la surface de la piscine.

Surface = longueur · largeur = 10,25 · 3,9 = 39,975 [m^2]

Comme la largeur est donnée avec 2 chiffres significatifs, la réponse finale doit être arrondie à 2 chiffres significatifs. Réponse : **40 [m^2]**

Attention :

> Le nombre de chiffres significatifs ne s'applique qu'aux grandeurs mesurées.

Exercice 1 : Effectuer les calculs suivants :

(-7) + (-3) = …………………………………	3 + (-44) = ……………………………….……
12 · 5 + 4 · 2 = ………..............................	(-4) - (-5) + 3 - 2 = …………………….……
(-6) – (-9) = …………………………………	(-5) + (-4) + (-2) - (-3) = ……………….…...
(-21) + (-6) - 32 - (-5) = ……………………	(-4) + 11 = …………………………………..
(9-7) - (2-8) = ………………………………	(12-7) - (3 + (4 - 1) = ………………………..
16 - (2 - (-3) + 4) = …………………………	141 - (2 - (3- 1)) = …………………………..
3 + (5-8) - ((3 + 4) - (2 + 5)) = ……………	4 · (-2) = ……………………………………
(2) · (-5) · (-4) = ……………………………	150 : ((-5) · (3)) = ……………………......
3 - (-3) - 2 = ………………………………	88 : (-11) = …………………………………
((-3) · (-20)) : (-4) · (3)) = …………………	((-5) · (-2)) + $\sqrt{16}$ = ……………………...
$\frac{(-5)\cdot 3\cdot(-12)}{(-4)\cdot(-3)} =$ …………………………	$\frac{-270}{3\cdot 3^2} =$ ……………………………………..

Exercice 2 : Souligner le 3$^{\text{ème}}$ chiffre significatif des valeurs suivantes :

5,846 7 465 100 050 000 0,000 641 3,003 44

Exercice 3 : Indiquer le nombre de chiffres significatifs dans les valeurs suivantes :

0,005 0,400 5 760 000 0,800 6 675 000

Exercice 4 **:** Arrondir les nombres suivants à 4 chiffres significatifs :

4,56785 : …………… 0,000125754 = …………… 4269,98 = ……………

Exercice 5 : Arrondir les nombres suivants à 2 chiffres significatifs :

2,99 = ……………… 0,0004569 = ……………… 16,3 = ………………..

4 Notation en puissances de dix

Le nombre 2531 peut se décomposer de la manière suivante :

$\mathbf{2000} + \mathbf{500} + \mathbf{30} + 2 \Leftrightarrow \mathbf{2} \cdot \mathbf{10^3} + \mathbf{5} \cdot 10^2 + \mathbf{3} \cdot \mathbf{10^1} + \mathbf{1} \cdot \mathbf{10^0} = 2{,}531 \cdot 10^3$

Nous utilisons cette notation pour écrire des nombres très grands ou très petits.

Dans un nombre avec des puissances de 10, par exemple $2{,}531 \cdot 10^3$ on appelle :

$$\mathbf{2{,}531 \cdot 10^3}$$

La mantisse **Base** **l'exposant**

4.1 *Notation scientifique*

La mantisse n'a qu'un seul chiffre différent de zéro devant la virgule.

Exemple : $7\,400\,000 \cdot 10^6 = 0{,}00073 = 7{,}3 \cdot 10^{-4} = 7{,}3$

Manipulations de la machine à calculer : ……………………………………………

4.2 *Notation d'ingénieur ou technique*

La notation d'ingénieur est utilisée pour permettre un usage facilité des préfixes du système international d'unités S.I.

On utilise toujours comme exposant de 10 un multiple ou un sous multiple de 3.

Exemple : $840000 = 840 \cdot 10^3$ $0{,}00059 = 590 \cdot 10^{-6}$

Manipulations de la machine à calculer : ……………………………………………

Exercice 1 :

Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple :

Notation décimale	Notation scientifique	Notation d'ingénieur
87 000	$8{,}7 \cdot 10^4$	$87 \cdot 10^3$
3 080 000 000		
	$7{,}87 \cdot 10^2$	
		$5 \cdot 10^6$
0,000 01		
	$9{,}68 \cdot 10^{-9}$	
		$60 \cdot 10^{-6}$

5 Calcul avec les puissances de dix

5.1 *Multiplication*

Pour multiplier des nombres notés avec des puissances de dix, nous multiplions les mantisses et nous **additionnons algébriquement les exposants.**

Exemple : $\mathbf{a \cdot 10^x \cdot b \cdot 10^y}$ **a)** $(5 \cdot 10^2) \cdot (3 \cdot 10^4) = 5 \cdot 3 \cdot 10^{2+4} = 15 \cdot 10^6$

b) $(3 \cdot 10^2) \cdot (6 \cdot 10^{-4}) = 3 \cdot 6 \cdot 10^{2+(-4)} = 18 \cdot 10^{-2}$

5.2 *Division*

Pour diviser deux nombres notés avec des puissances de dix, nous **divisons les mantisses et nous soustrayons algébriquement les exposants.**

Exemple : $\mathbf{\dfrac{a \cdot 10^x}{b \cdot 10^y} = \dfrac{a}{b} \cdot 10^{x-y}}$ **a)** $\dfrac{4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^3} = \dfrac{4}{2} \cdot 10^{5-3} = 2 \cdot 10^2$ **b)** $\dfrac{56 \cdot 10^1}{7 \cdot 10^{-4}} = \dfrac{56}{7} \cdot 10^{1-(-4)} = 8 \cdot 10^5$

5.3 *Addition et soustraction*

Pour additionner ou soustraire deux nombres notés avec des puissances de dix, nous devons avoir **les mêmes exposants pour les deux nombres.** Nous additionnons ou soustrayons simplement les mantisses qui multiplient 10 avec son exposant.

Exemple : $\mathbf{a \cdot 10^x + b \cdot 10^y}$ $9 \cdot 10^2 + 45 \cdot 10^2 = (9+45) \cdot 10^2 = 54 \cdot 10^2$

Si les exposants ne sont pas identiques, avant de faire l'addition, nous devons modifier le nombre pour l'écrire avec le même exposant que le 1er ou le 2ème nombre.

Exemple : $33 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^{-2}$

Changer le nombre : $33 \cdot 10^1$ qui devient : $33000 \cdot 10^{-2}$
Maintenant nous pouvons faire l'addition. $33000 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-2} = 33009 \cdot 10^{-2}$ **ou**

Changer le nombre : $9 \cdot 10^{-2}$ qui devient : $0,009 \cdot 10^1$
Maintenant nous pouvons faire l'addition. $33 \cdot 10^1 + 0,009 \cdot 10^1 = 33,009 \cdot 10^1$

Cela revient au même car $33009 \cdot 10^{-2} = 33,009 \cdot 10^1$

5.4 *Exponentiation*

Pour élever à une puissance **n** un nombre noté avec une puissance de dix, nous devons élever la mantisse à la puissance **n** et **multiplier l'exposant par la puissance n.**

Exemple : $\mathbf{(a \cdot 10^x)}$ **a)** $(2 \cdot 10^3)^2 = 2^2 \cdot 10^{(3 \bullet 2)} = 4 \cdot 10^6$ **b)** $(5 \cdot 10^{-4})^2 = 5^2 \cdot 10^{(-4 \bullet 2)} = 25 \cdot 10^{-8}$

5.5 *Extraction de racine*

Pour extraire la racine **n** d'un nombre noté avec une puissance de dix, nous devons extraire la racine **n** de la mantisse et **diviser l'exposant par la valeur de la racine n.**

Exemple : $\mathbf{\sqrt[n]{a \cdot 10^x}}$ **a)** $\sqrt[2]{4 \cdot 10^6} = \sqrt[2]{4} \cdot 10^{\frac{6}{2}} = 2 \cdot 10^3$ **b)** $\sqrt[3]{-27 \cdot 10^{-1}} = \sqrt[3]{-27} \cdot 10^{\frac{-1}{3}} = -3 \cdot 10^{\frac{-1}{3}}$

Mathématiques

Exercice 1 : Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle :

$300 \cdot 2000 =$	$3 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^3 =$	$3 \cdot 2 \cdot 10^{2+3} =$	$6 \cdot 10^5$
$72000 \cdot 0{,}003 =$			
$0{,}00004 \cdot 0{,}0008 =$			

Exercice 2 : Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle :

$\frac{3 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^3} =$	$\frac{3}{2} \cdot 10^{2-3} =$	$1{,}5 \cdot 10^{-1}$
$\frac{34 \cdot 10^5}{17 \cdot 10^3} =$		
$\frac{24 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot 10^{-2}} =$		

Exercice 3 : Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle :

$33 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^{-2} =$	$33000 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-2} =$	$33009 \cdot 10^{-2}$
$22 \cdot 10^2 + 25 \cdot 10^3 =$		
$1{,}8 \cdot 10^2 + 25 \cdot 10^1 =$		

Exercice 4 : Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle :

$\left(2\cdot10^{3}\right)^{3} =$	$2^{3}\cdot10^{3\cdot3} =$	$8\cdot10^{9}$
$\left(4\cdot10^{-1}\right)^{2} =$		
$\left(2\cdot10^{-3}\right)^{-4}$		

Exercice 5 : Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle :

$\sqrt[2]{9\cdot10^{6}} =$	$\sqrt[2]{9}\cdot10^{6} =$	$3\cdot10^{3}$
$\sqrt[3]{8\cdot10^{-9}} =$		

Exercice 6 : Compléter les puissances de dix :

8 700 000 = 0,87 · 10 $^{\text{.......}}$

0,00524 = 52,4 · 10 $^{\text{.......}}$

0,000 000 000 087 541 = 875,4 · 10 $^{\text{.......}}$

9 587 510 574 = 9,587510574 · 10 $^{\text{.......}}$

6 Manipulation de la machine à calculer

Pour résoudre tous ces calculs, nous allons maintenant utiliser la machine à calculer.
Mais pour cela, il faut le faire d'une manière correcte.

Pour écrire à la machine à calculer : $2 \cdot 10^5$, nous pouvons utiliser soit :

la touche EE : taper 2 puis EE puis 5 puis = ce qui donne 200 000
La fonction EE nous donne la base 10, (donc pas besoin de taper le 10 à la machine).

ou

la touche y^x : taper 2 puis X puis 10 puis y^x puis 5 puis = ce qui donne 200 000.

Dans ce cas, nous devons donner la valeur de la base **y** (10 dans cet exemple) et nous devons donner l'exposant **x** qui est **5** dans cet exemple.

6.1 Racine :

$\sqrt{25}$: taper à la machine 25 puis $\sqrt{x}$, cela donne la réponse de la racine carrée de 25 = 5
$\sqrt[3]{125}$: taper à la machine 125 puis $\sqrt[x]{y}$ (avec les touches 2nd puis y^x) puis 3 puis = cela donne la réponse de la racine cubique de 125, soit 5.

6.2 Puissance :

5^6 : taper à la machine 5 puis y^x puis 6 puis = cela donne la réponse du calcul de 5 à la puissance 6, soit 15625.

Note : élever à la puissance de l'inverse d'un nombre revient à extraire une racine.

Exemple : $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{25}$ $\quad 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}$

Pour des calculs compliqués, nous pouvons avoir besoin de mettre des valeurs en mémoires.

6.3 Mise en mémoire : (Il y a 3 mémoires STO 1 – STO 2 – STO 3)

Signification des abréviations : STO →stock →charger RCL → recall → rapeller

La valeur affichée dans la machine **est** la valeur qui va se mettre en mémoire en appuyant la touche STO puis 1 (pour la mémoire n° 1). Un **M1** s'affiche en haut à droite de l'affichage.
Pour rappeler la valeur mémorisée, appuyer : RCL puis 1, la valeur mémorisée dans la mémoire n° 1 s'affiche.
Attention, si vous appuyer la touche ON/AC, toutes les valeurs mémorisées s'effacent.

6.4 Inverse d'un nombre

Pour calculer l'inverse d'un nombre, utiliser la touche : touche 1/x

Exemple : l'inverse de 10 = $\frac{1}{10}$ ou 1/10 ou 10^{-1} et vaut : 0,1

Attention, en trigonométrie, $\cos^{-1}$ sur une machine ne correspond pas à $\frac{1}{\cos}$, mais à arcos.

Ceci est valable aussi pour les autres fonctions trigonométriques : $\mathbf{tan^{-1}}$ et $\mathbf{sin^{-1}}$.

Mathématiques

Exercice :

Effectuer les calculs ci-dessous avec la machine à calculer.

$5 + 2^2 \cdot 22 =$ ………………………….... $5 + \sqrt{36} \cdot 22 =$ …………………………....

$\sqrt[3]{125} =$ ………………………….......... $125^3 =$ …………………………………....

$\sqrt[6]{15625} =$ ……………………….…...... $25^6 =$ ……………………………………..

$\frac{4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^3} =$ …………………………....... $\frac{56 \cdot 10^1}{7 \cdot 10^{-4}} =$ …………………………………

$9 \cdot 10^2 + 45 \cdot 10^2 =$ …………………… $20 \cdot 1 + 0{,}004 \cdot 120 =$ ……………….....

$\frac{34 \cdot 10^5}{17 \cdot 10^3} =$ …………………….….. $(\sqrt{8} + \sqrt{4})^2 =$ ……………………………..

$\frac{245 \cdot 10^{11}}{75 \cdot 10^9} =$ ………………………….. $10 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{5 \cdot \cos 80} =$ ……………………

$\sqrt[2]{5^2} =$ ……………………………..... $\frac{1}{2 \cdot 10^2} =$ …………………………………

$\left(5 \cdot 10^{-4}\right)^2 =$ ………………………….. $\sqrt{8^2 + \left(6^2 - 4^2\right)} =$ …………………………

$\frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6}} =$ …………………… $\frac{25 \cdot 12 \cdot 4}{\pi \cdot 16^2} =$ …………………………...

$\frac{625}{(1+(6 \cdot 4))} =$ ………………………….. $\frac{50^2}{4^2 \cdot 2^2 \cdot (\cos 55)^2} =$ ……………………….…

$7 \cdot 2^3 - 5^2 \cdot 4 =$ ……………………….. $\frac{1 \cdot 10^4}{\left(1 \cdot 10^3\right)^3 \cdot 2 \cdot 10^2} =$ …………………….….

$12 \cdot 10^5 \cdot \left(-2 \cdot 10^{-3}\right) =$ .... $9 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^7 =$ ....

$\sqrt[3]{1 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 10^5} =$ .... $\sqrt[3]{(1 \cdot 10)^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} =$ ....

$-12 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 =$ .... $\sqrt[2]{\frac{\left(0{,}5 \cdot 10^{-12}\right)^2}{\left(500 \cdot 10^{-8}\right)^2}} =$ ....

7. Les unités et les symboles

Lors de la résolution d'un problème, nous devons suivre une méthode de travail rigoureuse pour garantir un résultat correct.

Pour cela il nous faut utiliser les formules correctes, les unités correspondantes ainsi que les bonnes valeurs.

Il existe deux types de symboles :

symbole de l'unité : Il représente l'unité utilisée dans le calcul. Il est écrit en majuscules (s'il provient d'un nom propre) ou en minuscules.

Il se différencie car il est toujours entouré de crochets (voir note de fin de page).

symbole de la grandeur : Il représente la grandeur utilisée. Il est écrit soit en majuscules, soit en minuscules.
Il n'est jamais entre crochets.

exemple : $R = \frac{U}{I}$ formule de la loi d'Ohm.

Elle n'est formée que de symboles de grandeurs.

Si nous décomposons cette formule nous pouvons dire pour chaque composant :

R est le symbole de grandeur de la résistance.
Son unité est l'Ohm et le symbole de son unité est (oméga) [Ω].

U est le symbole de grandeur de la tension
Son unité est le volt et le symbole de son unité est [V].

I est le symbole de grandeur de l'intensité du courant électrique.
Son unité est l'ampère et le symbole de son unité est [A]

Dans cette formule, nous pouvons déjà distinguer les différents symboles qui sont utilisés. Cela nous permet également de connaître les unités utilisées, ce qui facilite la compréhension.

$$\textbf{unités } [\Omega] = \frac{[\mathbf{V}]}{[\mathbf{A}]}$$

Les unités que nous utiliserons sont normalisées et portent le nom de " unités SI ".
SI signifie système international.

Note : Les crochets pour les unités ne sont pas toujours utilisés.

8 Système international d'unité S.I.

Le système international d'unité a été développé pour que tout le monde puisse parler le même langage; il a donc pour but de remplacer tous les autres systèmes de mesure.
Des grandeurs de base, représentées par des symboles, sont définies et à chaque grandeur correspond une unité représentée elle aussi par un symbole.

8.1 Principales grandeurs de base

Grandeur de base	**Symbole de la grandeur**	**Unité S.I.**	**Symbole de l'unité**
longueur	l	mètre	m
masse	m	kilogramme	kg
temps	t	seconde	s
intensité du courant électrique	I	ampère	A
température	T	kelvin	K

8.2 Principales grandeurs dérivées

Grandeur dérivée	**Symbole de la grandeur**	**Unité S.I.**	**Symbole d'unité**	**Combinaisons d'unités**
température	θ	Degrés celcius	°C	
espace parcouru	s	Mètre	m	
aire, superficie	A	Mètre carré	m^2	
volume	V	Mètre cube	m^3	
vitesse	v	Mètre par seconde	$\frac{m}{s}$	
accélération	a	Mètre par seconde au carré	$\frac{m}{s^2}$	
masse volumique	P	Kilogramme par mètre cube	$\frac{kg}{m^3}$	
force	F	Newton	N	$1 \cdot N = 1 \cdot kg \cdot \frac{m}{s^2}$
pression relative	p	Pascal	Pa	$1 \cdot Pa = 1 \cdot \frac{N}{m^2} = 1 \cdot \frac{kg}{m \cdot s^2}$
énergie, travail	W	Joule	J	$1 \cdot J = 1 \cdot N \cdot m = 1 \cdot \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
puissance	P	Watt	W	$1 \cdot W = 1 \cdot \frac{J}{s} = 1 \cdot \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$
tension électrique	U	Volt	V	$1 \cdot V = 1 \cdot \frac{W}{A} = 1 \cdot \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$
résistance électrique	R	Ohm	□	$1 \cdot \Omega = 1 \cdot \frac{V}{A} = 1 \cdot \frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$

Exercice : A l'aide d'un formulaire, remplir le tableau ci-dessous.

GRANDEUR	Symboles de grandeur	UNITES	Symboles d'unité
longueur	l	mètre	[m]
masse			
	A		
		newton	
vitesse			
	h		
			[s]
	f		
pression			[Pa]
		watt	
	η (êta)		
température			[°C]
		kelvin	
			[J]
intensité du courant			
résistance électrique			
tension électrique	U		
			[lx]
			[T]
			[F]

9 Notation avec préfixes

La notation avec des préfixes est couramment utilisée.

Un préfixe est formé d'une ou de deux lettres qui remplacent le terme dix exposant (10^x) **que nous trouvons dans les puissances de 10 en notations scientifiques et d'ingénieurs. Le préfixe doit être écrit devant l'unité.**

Exemples :

$0{,}05\ [m] = 5 \cdot 10^{-2}\ [m] = 5\ [cm]$

$1200\ [W] = 1{,}2 \cdot 10^{3}\ [W] = 1{,}2\ [kW]$

$0{,}005\ [A] = 5 \cdot 10^{-3}\ [A] = 5\ [mA]$

Liste des préfixes :

Puissance de dix	Nom du préfixe	Symbole du préfixe	
10^{18}	exa	**E**	**Majuscules**
10^{15}	péta	**P**	
10^{12}	téra	**T**	
10^{9}	giga	**G**	
10^{6}	méga	**M**	
10^{3}	kilo	**k**	**Minuscules**
10^{2}	hecto	**h**	
10^{1}	déca	**da**	
10^{0}	-----	**-----**	
10^{-1}	déci	**d**	
10^{-2}	centi	**c**	
10^{-3}	milli	**m**	
10^{-6}	micro	**µ**	
10^{-9}	nano	**n**	
10^{-12}	pico	**p**	
10^{-15}	femto	**f**	
10^{-18}	atto	**a**	

Attention aux **majuscules** et **aux minuscules.**

10 Importance de la notation

En mathématique, comme dans d'autres disciplines, il est important de soigner la notation, afin de lire et de comprendre sans erreur les symboles, les unités et les formules utilisées.

10.1 Pour exprimer de grandes ou petites valeurs, nous utilisons des préfixes.

Exemple :

50 [mm]

Nombre
50

Symbole de préfixe
m pour milli

Symbole de l'unité
m pour mètre

On prononce 50 millimètres, le préfixe remplace une puissance de 10, qui dans cet exemple vaut : $1 \cdot 10^{-3}$

Donc 50 [mm] = $50 \cdot 10^{-3}$ [m] = 0,050 [m]

Note : Aucun préfixe n'est utilisé pour les unités d'angle et de température.

Exercice :

Ecrire selon les exemples ci-dessous.

125 **milli**litres = 125 [**m**l]   45 **milli**volts = 45 [**m**V]   22 **kilo**watts-heures = 22 [**k**Wh]

25 millimètres carré = …………………...   22 kilowatts-heures = ………………………...

243 centilitres = ………………………....   50 décilitres = …………………..………....

2,5 décalitres = ………………………..   78 hectolitres = ……………….…………...

2,71 millimètres = ………………………   2,71 millimètres = ……………………………

45,6 centimètres = ………………………   2,33 décimètres = ……………….……………

12,5 kilomètres = ……………………..   127 microgrammes = = ………………………

1,44 kilogrammes = ……………….……   812 millimètres carré = ………………………

932 centimètres cube = …………………   47,2 nanosecondes = …………………………

749 milliwatts = …………………………   852 mégawatts = ………………..…………

567 picosecondes = ……………………...   425 térawatts = ……………….……………

7 newtons par mètre carré = ……………..   63 millimètres par heure = …………………..

25 kilomètres par seconde = ……………   9,81 mètres par seconde au carré = …………

11 Unités avec préfixe ⇔ sans préfixe

Nous ne pouvons pas utiliser de préfixes dans les calculs, mais nous les remplaçons par la puissance de 10 correspondante.

11.1 Unités avec préfixe ⇒ Unités sans préfixe

Supprimer un préfixe devant une unité revient à multiplier le nombre par la valeur du préfixe.

Exemple : on veut écrire 10 [**k**m] en [m]

On multiplie le nombre par la valeur du préfixe que l'on veut supprimer, le kilo **k** dans notre exemple qui vaut $\mathbf{1 \cdot 10^3}$

Opération : nombre · **valeur du préfixe** = $10 \cdot \mathbf{1 \cdot 10^3} = 10 \cdot \mathbf{10^3}$ [m] = 10 000 [m]

11.2 Unités sans préfixe ⇒ Unités avec préfixe

Pour écrire une valeur grande ou petite, nous utilisons des préfixes.

Ajouter un préfixe à une unité revient à diviser le nombre par la valeur du préfixe.

Exemple : on veut écrire 10 **000** [m] en [**k**m]

On divise le nombre par la valeur du préfixe que l'on veut ajouter, le kilo dans notre exemple qui vaut : $\mathbf{1 \cdot 10^3}$

Opération : $\frac{\text{nombre}}{\text{valeur du préfixe}} = \frac{10000}{1 \cdot 10^3} = \frac{10 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} = 10$ [km]

Exercice 1 :

Supprimer le préfixe des grandeurs suivantes selon l'exemple suivant :

10 [**M**V] = $10 \cdot \mathbf{10^6}$ [V]

10 [kV] = …………………. 130 [cl] = …………………….. 360 [hl] = ………………

6050 [ml] = ……………….. 127 [cm] = ………………….… 450 [dm] = ……………..

540 [km] = ……………….. 149 [ns] = ………………. 9,8 [µA] = ………………

0,000 076 54 [GW] = …………………… 0,000 76 [MJ] = …………………… …..

Mathématiques

Exercice 2 :

Transformer les valeurs suivantes :

10 [l] = ………….. [dl] = …………… [cl] = …………… .[ml] = …………….. [µl]

10 [l] = ………….. [dal] = …………… [hl] = …………….. [kl] = ……………. [Ml]

Exercice 3 : Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple.

Unités Valeurs	[km]	[hm]	[dam]	[m]	[dm]	[cm]	[mm]
10 [m]	$10 \cdot 10^{-3}$	10 · 10-2	$10 \cdot 10^{-1}$	$10 \cdot 10^{0}$	$10 \cdot 10^{1}$	$10 \cdot 10^{2}$	$10 \cdot 10^{3}$
22 [km]							
0,05 [hm]							
235 [dam]							
25 [dm]							
2 [m]							
2 875 [cm]							
55 200 [mm]							

Notes personnelles :

Exercice 4 : Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple.

Nombre	Notation d'ingénieur	Notation avec préfixes	Symbole du préfixe
$8{,}7 \cdot 10^4$	$87 \cdot 10^3$	87 kilo	[k]
0,076			
3 080 000			
0,000 728			
0,25			
0,000 000 45			
1 000 000 000			
0,000 000 000 022			
12 000 000 000 000			

Exercice 5 : Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple.

Notation décimale	Notation scientifique	Notation ingénieur	Notation avec préfixes
45000 [W]	$4{,}5 \cdot 10^4$ [W]	$45 \cdot 10^3$ [W]	45 [kW]
	$2 \cdot 10^{-2}$ [s]		
		$150 \cdot 10^{-6}$ [V]	
			56 [nF]
0,0033 [m]			
	$1{,}1 \cdot 10^{10}$ [Hz]		
		$56 \cdot 10^{-12}$ [F]	
			3,4 [km]

12 Unités de surface avec préfixe ⇔ sans préfixe

12.1 *Supprimer un préfixe avec une unité de surface.*

Supprimer un préfixe devant une unité de surface revient à multiplier le nombre par la valeur du préfixe élevée au carré.

Exemples : transformer 100 000 [cm^2] en [m^2] et 10 [hm^2] en [m^2].

100 000 [**c**m^2] = 100 000 · $(\mathbf{10^{-2}})^2$ = 100 000 · $\mathbf{10^{-4}}$ = 10 [m^2]

10 [**h**m^2] = 10 · $(\mathbf{10^{2}})^2$ = 10 · 10^4 [m^2] = 100 000 [m^2]

12.2 *Ajouter un préfixe avec une unité de surface.*

Ajouter un préfixe à une unité de surface revient à diviser le nombre par la valeur du préfixe élevée au carré.

Exemples : transformer 10 [m^2] en [cm^2] et 100 000 [m^2] en [hm^2]

$$10\ [m^2] = \frac{10}{(1\cdot 10^{-2})^2} = \frac{10}{1\cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^5\ [\mathbf{c}m^2] = 100\,000\ [\mathbf{c}m^2]$$

$$100\,000\ [m^2] = \frac{1\cdot 10^5}{(1\cdot 10^{2})^2} = \frac{1\cdot 10^5}{1\cdot 10^{4}} = 1 \cdot 10^1 = 10\ [\mathbf{h}m^2]$$

Exercice 1 : Résoudre :

0,8 [dam^2] = ……………….…	[m^2]	9 [m^2] = ……………………....	[hm^2]
650 [dm^2] = ………………..	[m^2]	9 500 [m^2] = …………………	[cm^2]
18,58 [cm^2] = ……………..	[m^2]	185 [m^2] = ……………………	[dam^2]
0,025 [hm^2] = ……………..	[m^2]	314 [m^2] = …………………….	[km^2]
87 400 [mm^2] = ………….	[m^2]	0,008 [m^2] = …………………	[mm^2]
0,15 [dm^2] = ………………	[m^2]	0,71 [m^2] = …………………...	[dm^2]

Exercice 2 : Résoudre :

5,78 [km^2] = ...	[cm^2] = ...	[mm^2]
450 [dam^2] = ...	[dm^2] = ...	[cm^2]
75 800 [cm^2] = ...	[mm^2] = ...	[dam^2]
76 400 [m^2] = ...	[km^2] = ...	[cm^2]

13 Unités de volume avec préfixe ⇔ sans préfixe

13.1 *Supprimer un préfixe avec une unité de volume.*

Supprimer un préfixe devant une unité de volume revient à multiplier le nombre par la valeur du préfixe élevée au cube.

Exemples : transformer 100 000 [cm^3] en [m^3] et 10 [hm^3] en [m^3]

100 000 [cm^3] = $100\,000 \cdot (10^{-2})^3 = 100\,000 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-1} = 0{,}1$ [m^3]

10 [hm^3] = $10 \cdot (10^2)^3 = 10 \cdot 10^6$ [m^3] = 10 000 000 [m^3]

13.2 *Ajouter un préfixe avec une unité de volume.*

Ajouter un préfixe à une unité de volume revient à diviser le nombre par la valeur du préfixe élevée au cube.

Exemples : transformer 0,1 [m^3] en [cm^3] et 10 000 000 [m^3] en [hm^3]

0,1 [m^3] = $1 \cdot 10^{-1}$ [m^3] = $\dfrac{1\cdot 10^{-1}}{(1\cdot 10^{-2})^3} = \dfrac{1\cdot 10^{-1}}{1\cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^5$ [cm^3] = 100 000 [cm^3]

10 000 000 [m^3] = $1 \cdot 10^7$ [m^3] = $\dfrac{1\cdot 10^{7}}{(1\cdot 10^{2})^3} = \dfrac{1\cdot 10^{7}}{1\cdot 10^{6}} = 1 \cdot 10^1$ [hm^3] = 10 [hm^3]

Exercice 1 : Supprimer ou ajouter le préfixe des grandeurs suivantes :

0,8 [dam^3] = ……………..… [m^3]	9 [m^3] = …………………….... [hm^3]
650 [dm^3] = ……………….. [m^3]	9 500 [m^3] = ………………… [cm^3]
18,58 [cm^3] = ……………… [m^3]	185 [m^3] = …………………… [dam^3]
0,025 [hm^3] = ……………… [m^3]	314 [m^3] = …………………… [km^3]
87 400 [mm^3] = …………… [m^3]	0,008 [m^3] = ………………… [mm^3]
0,15 [dm^3] = ………………. [m^3]	0,71 [m^3] = ………………….. [dm^3]

Exercice 2 : Transformer les grandeurs suivantes :

5,78 [km^3] = ... [cm^3] = ... [mm^3]

450 [dam^3] = ... [dm^3] = ... [cm^3]

75 800 [cm^3] = ... [mm^3] = ... [dam^3]

76 400 [m^3] = ... [km^3] = ... [cm^3]

14 Notation en [%] et en [‰]

C'est une autre manière de noter un nombre, pratique pour exprimer un rapport, une pente, un rendement, une erreur, etc.

14.1 Notation en [%]

Exprimer un nombre décimal en [%] :

On multiplie le nombre par 100 et on ajoute [%] au résultat.

Calcul pratique : 0,35 exprimé en [%] $\Rightarrow$ $0{,}35 \cdot 100 = 35$ [%]

14.2 Notation en [‰]

Exprimer un nombre décimal en [‰] :

On multiplie le nombre par 1000 et on ajoute [‰] au résultat.

Calcul pratique : 0,35 exprimé en [‰] $\Rightarrow$ $0{,}35 \cdot 1000 = 350$ [‰]

14.3 Notation

Notation décimale	Notation fractionnaire	Notation en [%]
0,25	$\frac{25}{100}$	25

Notation décimale	Notation fractionnaire	Notation en [‰]
0,025	$\frac{25}{1000}$	25

14.4 Calcul d'un pourcentage

Pour calculer un certain pourcentage d'un nombre, il suffit de diviser ce nombre par 100 pour avoir 1[%], et de multiplier ce pourcent par la quantité désirée.

Exemple : Calculer le 25 [%] de 40 [V]

$$\frac{40 \cdot 25}{100} = 10 \text{ [V]}$$

Exercice 1 : Effectuer les calculs ci-dessous.

a) 1 [%] de 4 000 [W] =...............................b)

33 [‰] de 700 [CHF] = ...

c) 20 [%] de 0,5 [m] =..............................

d) 125 [‰] de 1700 = …..............................

e) 45 [%] de 0,6 [kg] = ...

f) 700 [‰] de 30 [cm^2] = ...

g) 200 [%] de 28 [s] = ...

h) 100 [‰] de 15 [m^3] = ...

Exercice 2 : Compléter le tableau selon le modèle.

Notation à virgule	Notation fractionnaire	Notation en [%]	Notation en [‰]
0,45	$\frac{45}{100}$	45	450
	$\frac{2}{100}$		
		15	
			56
0,0033			
	$\frac{50}{100}$		
		120	
			3 000
2,7			
	$\frac{200}{100}$		

15 Système sexagésimal

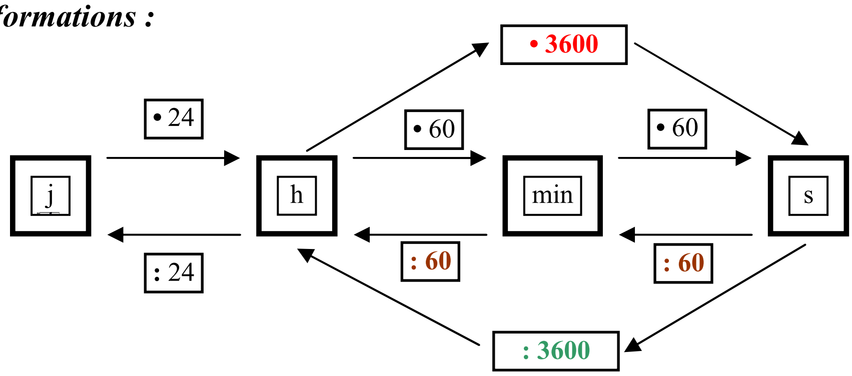
C'est un système de base 60. Il est utilisé pour les mesures de temps et d'angles.

15.1 Mesures de temps

Par définition, un jour correspond au temps mis par la terre pour faire une rotation complète sur elle-même.

Chaque jour [j] est divisé en 24 heures [h]
Chaque heure [h] est divisée en 60 minutes [min]
Chaque minute [min] est divisée en 60 secondes [s].
Les secondes sont ensuite divisées en dixièmes, centièmes, millièmes, etc. selon le système décimal.

Transformations :



Exemple :

Exprimer en secondes 2 [h] 25 [min] 20 [s]

2 [h]	=	2	•	3600	=	7200 [s]
25 [min]	=		25	• 60	=	1500 [s]
20 [s]	=			20	=	20 [s]
						8720 [s]

Exprimer en heures, minutes et secondes un temps de 19 890 [s]

19 890 [s]	:	3600	= 5,...	**5 [h]**
- 18 000 [s]	←	3600 x 5		
1890 [s]	:	60	= 31,…	**31 [min]**
-1860 [s]	←	60 x 31		
30 [s]				**30 [s]**

Soit 5 [h] 31 [min] 30 [s]

15.2 Système sexagésimal ⇒ décimal

Passage du système sexagésimal à décimal

Formule : x · [h] + y · [min] + z · [s] ⇒ nombre d'heure = x · [h] + $\frac{y \cdot [\text{min}]}{60}$ + $\frac{z \cdot [\text{s}]}{3600}$

Exemple : **2** [h] 35 [min] **45** [s] = **2** + $\frac{35}{60}$ + $\frac{45}{3600}$ = **2** + $0{,}58\overline{3}$ + **0,0125** = $2{,}5958\overline{3}$ [h]

➢ **Système** sexagésimal ⇒ décimal à la machine à calculer

Taper : Le nombre d'**heures** puis **,** puis le nombre de **minutes** (toujours avec 2 chiffres) puis le nombre de **secondes** puis DMS►DD (avec les touches : 2nd puis **+**)

Exemple : Exprimer en code décimal un temps de 3 [h] 05 [min] 03 [s]

Taper à la machine : 3,0503 puis DMS►DD (avec les touches : 2nd puis **+**)
Le résultat s'affiche, soit : $3{,}0841\overline{6}$

15.3 Codage décimal ⇒ sexagésimal

Passage du codage décimal au codage sexagésimal

Exemple : Exprimer en heures, minutes et secondes un temps de 6,395 [h].

$$
\begin{array}{lll}
6{,}395\ [\text{h}] & \longrightarrow & \mathbf{6\ [h]} \\
-\ 6\quad\ [\text{h}] & \longleftarrow & \\
\hline
0{,}395\ [\text{h}] & \bullet\ 60 = 23{,}7 \longrightarrow & \mathbf{23\ [min]} \\
 & \underline{\quad -23} \qquad\qquad \longleftarrow & \\
 & \quad 0{,}7 \bullet 60 & \mathbf{42\ [s]}
\end{array}
$$

Soit 6 [h] 23 [min] 42 [s]

➢ **Système décimal ⇒ sexagésimal** à la machine à calculer

Taper : Le nombre décimal complet puis DD►DMS (avec les touches : 2nd puis **=**)

Exemple : Exprimer en heures, minutes et secondes un temps de 6,395 [h].

Taper à la machine : 6,395 puis DD►DMS (avec les touches : 2nd puis **=**)

Le résultat s'affiche, soit : 6 [h] 23 [min] 42 [s] ou 6 [°] 23 [′] 42 [″]

15.4 Mesures d'angle

Pour calculer des angles, l'unité souvent utilisée est le degré. Par définition, un angle plein (une circonférence complète du cercle) se divise en 360 degrés. Chaque degré se divise en 60 minutes et chaque minute en 60 secondes. Pour ne pas confondre les unités de temps et d'angle, nous utilisons les symboles suivants :

Degré : [°]	minute : [′]	seconde : [″]

<u>Ainsi :</u> 12 [min] 23 [s] représentent un **temps**.
12 [′] 23 [″] représentent un **angle**.

Mathématiques

Exercice 1 : Compléter le tableau ci-dessous

Heures [h]	**Minutes [min]**	**Secondes [s]**
1,5	90	5400
		6600
2,5		
	112,3	

Exercice 2 : Compléter le tableau ci-dessous

Degrés [°]	**Minutes [′]**	**Secondes [″]**
	90	
180		
		180 000
	47,5	

Exercice 3 : Transformer les valeurs suivantes

a) 2 [h] 45 [min] =................................. [h]

b) 40 [′] 51 [″] =................................ [°]

c) 9 [h] 33 [min] 05 [s] =........................ [h]

d) 30 [′] 45 [″] =................................ [°]

e) 1 [h] 45 [s] =....................................... [h]

f) 182 [°] 30 [′] = ... [°]

g) 38 [min] =... [h]

h) 59 [°] 59 [′] 60 [″] =........................ [°]

i) 265 [min] 48 [s] = ... [h]

j) 90 [°] 15 [′] =................................. [°]

Exercice 4 :

Transformer les valeurs suivantes :

a) 5,6 [h] = ... [h] .... [min] .... [s] d) 0,08 [°] = ...,....... [°] .... [′] .... [″]

b) 1,33 [h] = ... [h] .... [min] .... [s] e) 18,12 [°] = ...,........[°] .... [′] .... [″]

c) 0,45 [h] = ... [h] .... [min] .... [s] f) 179,008 [°] = ...,… [°] .... [′] .... [″]

Exercice 5 :

Effectuer les opérations suivantes :

a) 3 [h] 32 [min] 43 [s] + 2 [h] 41 [min] 29 [s] = ………… [h] ………….[min] …….. [s]

b) 3 [h] 43 [min] 23 [s] - 1 [h] 50 [min] 52 [s] = ………… [h] ………….[min] …….. [s]

c) 8 [h] 45 [min] 50 [s] · 2 = …………………………….... [h] ………….[min] …….. [s]

d) 2 [h] 45 [min] 20 [s] : 5 = …………………………..…. [h] ………….[min] …….. [s]

e) 3,75 [h] + 2,25 [h] = ……………………………..…. [h] ………….[min] …….. [s]

f) 4 [h] 12 [min] 25 [s] + 5,28 [h] = ……………………… [h] ………….[min] …….. [s]

g) 659 853 [s] = …………………………………………….[h] ………….[min] …….. [s]

<u>Notes personnelles :</u>

16 Unité de volume et de capacité

Pour passer des unités de volume aux unités de capacité et inversement, on utilise les correspondances suivantes :

1 [m^3]	=	1 [kl]	=	1 000 [l]
1 [dm^3]	=	1 [l]	=	1 [l]
1 [cm^3]	=	1 [ml]	=	0,001 [l]
1 [mm^3]	=	1 [µl]	=	0,000 001 [l]

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant selon l'exemple :

Unités / Valeurs	[m^3]	[dm^3]	[cm^3]	[mm^3]
10 [l]	$10 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{0}$	$10 \cdot 10^{3}$	$10 \cdot 10^{6}$
22 [hl]				
0,05 [µl]				
235 [dam]				
25 [dm]				
2 [m]				
2 875 [cm]				
55 200 [mm]				

17 Les fractions

17.1 *Simplification*

Simplifier une fraction, c'est diviser le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un même nombre.

Rappel : $\dfrac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$

Le trait ou **barre de fraction** signifie que l'on divise le numérateur par le dénominateur

On doit trouver une fraction irréductible (qui ne peut plus être simplifiée) dont les termes soient premiers entre eux.

Exemple : Simplifier la fraction : $\dfrac{15}{25}$ le facteur 5 est commun au numérateur et au dénominateur, on peut diviser les deux par 5, ce qui donne : $\dfrac{3}{5}$

Pour toutes les opérations sur les fractions, il faut simplifier le résultat autant que possible.

La machine à calculer fait ce travail.

Exemple : Rendre irréductible la fraction suivante : $\dfrac{45}{12}$

➢ Effectuer la division à la machine puis taper la touche F◀▶D (avec les touches (2nd et ⟵) le résultat donne 3 _ 3 ⌟ 4 qui égale : $3\dfrac{3}{4}$, pour rendre cette valeur irréductible, appuyer d/c (avec les touches : (2nd et $a\,{}^{b}\!/_{c}$) ce qui donne : $\dfrac{15}{4}$

17.2 *Amplification*

L'amplification consiste à multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

On doit multiplier les deux termes de la fraction par le facteur indiqué.

Exemple : Amplifier la fraction $\dfrac{9}{12}$ par le facteur 3 => $\dfrac{9 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \dfrac{27}{36} = \dfrac{3}{4}$

17.3 *Multiplication*

Un produit de fractions est le résultat de la multiplication de 2 ou de plusieurs fractions.

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple : Multiplier la fraction $\dfrac{9}{12}$ par la fraction $\dfrac{2}{3}$ $\Rightarrow \dfrac{9}{12} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$

17.4 Division

Un quotient (division) de fractions est le résultat de la division de deux fractions.

Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction.

Exemple : Diviser la fraction $\frac{9}{12}$ par la fraction $\frac{2}{3}$ $\Rightarrow \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$

17.5 Addition

Une somme de fractions est le résultat de l'addition de deux ou de plusieurs fractions.

On réduit les fractions au même dénominateur. On additionne les numérateurs des fractions en conservant ce dénominateur commun

Exemple : Additionner les fractions $\frac{9}{12}$ et $\frac{2}{3}$ $\Rightarrow \frac{9}{12} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{9+8}{12} = \frac{17}{12}$

16.6 Soustraction

On procède de la même manière que pour additionner des fractions, sauf que l'on soustrait les numérateurs après amplification.

On réduit les fractions au même dénominateur. On soustrait les numérateurs des fractions en conservant le dénominateur commun

Exemple : Effectuer la soustraction $\frac{9}{12}$ - $\frac{2}{3}$ $\Rightarrow \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$

Exercice 1 : Amplifier les fractions suivantes avec développement.

1. $\frac{5}{4}$ par $8 \Rightarrow$

2. $\frac{7}{9}$ par $5 \Rightarrow$

Exercice 2 : Effectuer les calculs suivants avec développement.

1. $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{16} =$

2. $\frac{21}{57} \cdot \frac{75}{50} =$

3. $\frac{7}{4} \cdot 18 =$

4. $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{33}{20} =$

Exercice 3 : Effectuer les calculs suivants avec développement.

1. $\frac{3}{13} \div \frac{9}{2} =$

2. $\frac{7}{18} \div 9 =$

3. $144 \div \frac{12}{25} =$

Exercice 4 : Effectuer les calculs suivants avec développement.

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{36} =$

3. $\frac{6}{11} + \frac{17}{4} + 29 =$

4. $\frac{7}{119} + \frac{2}{213} =$

5. $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} - \frac{1}{16} =$

Exercice 5 : Résoudre et rendre les réponses sous forme de fraction irréductible.

1. $\frac{10}{3}$ diviser par 3 =

2. $\frac{15}{22} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{2}{3}\right) =$

3. $\left(2 + \frac{1}{5}\right)^3 =$

4. $\frac{5}{7} + 12 - \frac{4}{5} =$

18 Principes d'équivalence

Nous pouvons faire subir des transformations à une égalité tout en conservant son égalité. Pour réaliser ces transformations, nous nous basons sur les principes d'équivalence.

18.1 Premier principe

Si l'on additionne ou si l'on soustrait une même valeur (ou grandeur) aux **deux** membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Exemple : **addition** $8 = 6 + 2 \rightarrow 8 + \mathbf{4} = 6 + 2 + \mathbf{4} \rightarrow 12 = 12$

soustraction $8 = 6 + 2 \rightarrow 8 - \mathbf{4} = 6 + 2 - \mathbf{4} \rightarrow 4 = 4$

18.2 Deuxième principe

Si nous multiplions ou divisons les **deux** membres d'une égalité par la même valeur, nous obtenons une nouvelle égalité.

Exemple : **multiplication** $8 = 6 + 2 \rightarrow 8 \cdot \mathbf{4} = (6 + 2) \cdot \mathbf{4} \rightarrow 32 = 32$

division $8 = 6 + 2 \rightarrow \frac{8}{4} = \frac{6+2}{4} \rightarrow 2 = 2$

18.3 Troisième principe

Si nous élevons à une puissance ou extrayons la racine aux **deux** membres d'une égalité avec la même valeur, nous obtenons une nouvelle égalité.

Exemple : **au carré** $8 = 6 + 2 \rightarrow 8^2 = (6 + 2)^2 \rightarrow 64 = 64$

racine $8 = 6 + 2 \rightarrow \sqrt{8} = \sqrt{6+2} \rightarrow 2{,}8.. = 2{,}8..$

Exercice 1 : Au moyen des principes d'équivalence isoler **x** dans les égalités suivantes selon l'exemple ci-contre : $a + b + x = c$ $a + b + x \mathbf{- a - b} = c \mathbf{- a - b}$ $x = c - a - b$

1. $29 + 11 + x = 103$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….
2. $273 - x = 103$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….
3. $4 \cdot x^3 = 1\,372$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….
4. $(4 \cdot x)^3 = 21\,952$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

Mathématiques

Exercice 2 : Au moyen des principes d'équivalence isoler **x** dans les égalités suivantes

1. $a - x = b - c$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

2. $a \cdot b \cdot x = c$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

3. $a - x - c = -b$ ……………….= ……… ……………….= ………

   ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

4. $a \cdot b = c \cdot x$ ……………….= ……… ……………….= ………

   ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

5. $\dfrac{a \cdot x}{c} = b$ ……………….= ……… ……………….= ………

   ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

6. $a - x + b = c$ ……………….= ……… ……………….= ………

   ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

7. $a \cdot b = c \cdot x$ ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

8. $\dfrac{a + x}{c} = b$ ……………….= ……… ……………….= ………

   ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

9. $\dfrac{a + x}{c - b} = d$ ……………….= ……… ……………….= ………

   ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

10. $\dfrac{a - b}{c + x} = d - e$ ……………….= ……… ……………….= ………

    ……………….= ……… $\Rightarrow$ **x** = ………………….

19 Transformation de formules

Une formule est l'expression d'une valeur (ou grandeur) à calculer en fonction d'autres valeurs (ou grandeurs) connues. Pour transformer une formule, nous appliquons les principes d'équivalence.

Nous devons transformer les formules pour connaitre les autres valeurs de la formule.

Exemple 1 : $I = \frac{U}{R}$

Si nous connaissons la valeur de U et de R, il est facile de calculer la valeur de I. Mais l'on peut devoir calculer la valeur de R en connaissant les valeurs de I et U ou calculer la valeur de U en connaissant les valeurs de I et de R.

Pour connaitre la valeur de U, nous devons isoler U.

D'abord,

Il faut mettre la grandeur recherchée à gauche

$\frac{U}{R} = I$

Comme U est divisé par R, nous devons utiliser le 2ème principe d'équivalence et multiplier les deux membres de l'égalité par R.

$\frac{U \cdot R}{R} = I \cdot R$, ce qui permet de simplifier R dans la 2ème égalité. $\frac{U \cdot \cancel{R}^{1}}{\cancel{R}^{1}} = I \cdot R \Rightarrow U = R \cdot I$

Exemple 2 : $A = \pi \cdot r^2$ $\qquad r = ?$

Pour connaitre la valeur de r, nous devons isoler dans un premier temps r^2, nous nous occuperons du carré de r une fois r^2 isolé.

Comme r^2 est multiplié par π, nous devons utiliser le 2ème principe d'équivalence et diviser les deux membres de l'égalité par π.

$\frac{\pi \cdot r^2}{\pi} = \frac{A}{\pi}$ simplifions par π : $\frac{\cancel{\pi}^{1} \cdot r^2}{\cancel{\pi}^{1}} = \frac{A}{\pi}$ ce qui donne : $r^2 = \frac{A}{\pi}$

Maintenant que r^2 est isolé, nous allons supprimer le carré de r, pour cela nous allons utiliser le 3ème principe d'équivalence et utiliser la racine carrée des deux membres de l'égalité.

La racine carrée d'une valeur annule le carré de ce nombre.

$\sqrt{r^2} = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$, ce qui donne une fois simplifié : $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

19.1 *Règles concernant les transformations de formule.*

Toujours supprimer les barres de fraction avant de transformer une formule.

En multipliant les 2 membres de l'égalité par la valeur qui se trouve sous la barre de fraction.

Exemple : $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow \mathbf{4} \cdot A = \mathbf{4} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow 4 \cdot A = \pi \cdot d^2$

Ensuite nous pouvons plus facilement isoler la valeur demandée.

Ne pas hésiter à mettre une parenthèse pour simplifier dans un 1er temps la transformation de formule.

Par exemple si nous devons supprimer une barre de fraction avec plusieurs valeurs dessous.

Exemple : $\frac{a - b}{c + x} = d - e$ Mettre les parenthèses. $\frac{(a - b)}{(c + x)} = (d - e)$

Puis effectuer : $\frac{(a - b)}{(c + x)} = (d - e) \Rightarrow (a - b) = (d - e) \cdot (c + x)$

Si l'inconnue se trouve dans une parenthèse, toujours enlever les valeurs autour de la parenthèse avant d'ouvrir celle-ci.

Exemple : $a = b + (d \cdot \mathbf{e})$ l'inconnue à gauche $\Rightarrow b + (d \cdot \mathbf{e}) = a$

Si nous devons isoler **e** qui se trouve dans une parenthèse, nous devons d'abord « nettoyer » autour de la parenthèse en enlevant le **b,** ici en soustrayant les 2 membres de l'égalité par b ce qui nous donne : $b + (d \cdot \mathbf{e}) - b = a - b \Rightarrow (d \cdot \mathbf{e}) = a - b$

Ensuite seulement nous pouvons enlever la parenthèse et isoler la valeur désirée.

$(d \cdot \mathbf{e}) = a - b \Rightarrow$ on divise par d $\Rightarrow = \frac{d \cdot e}{d} = \frac{a - b}{d} \Rightarrow e = \frac{a - b}{d}$

Il faut tenir compte de la hiérarchie des opérations

Exemple : $a = 1 + b \cdot c \Rightarrow a = 1 + (b \cdot c)$

Dans ce cas il y a un + et un · nous allons grouper les · ensemble avec une parenthèse.

Astuce : Une valeur qui passe d'un coté d'une égalité à l'autre change de signe selon le tableau ci-contre.

+	**Devient**	-
-	$\Rightarrow$	+
•	$\Rightarrow$	:
:	$\Rightarrow$	•
x^n	$\Rightarrow$	$\sqrt[n]{\ }$
$\sqrt[n]{\ }$	$\Rightarrow$	x^n

Dans certains cas particuliers, on devra faire appel aux règles du calcul algébrique (mise en évidence, factorisation, etc.).

Mathématiques

Exercice 1 :

Transformer les formules ci-dessous afin d'obtenir la grandeur demandée. Noter les étapes intermédiaires de la transformation :

a) $P = U \cdot I$ $\quad U = ?$

b) $P = R \cdot I^2$ $\quad R = ?$ $\quad I = ?$

c) $P = \dfrac{U^2}{R}$ $\quad R = ?$ $\quad U = ?$

d) $A = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$ $\quad d = ?$

e) $R = \dfrac{\rho \cdot l}{A}$ $\quad A = ?$

f) $R_2 = R_1(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$ $\quad \alpha = ?$

g) $R_{\text{équ.}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$ $\quad R_1 = ?$

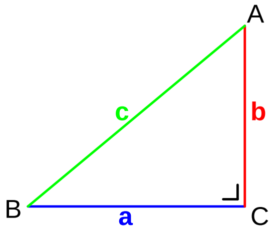
h) $S^2 = P^2 + Q^2$ $\quad P = ?$ $\quad Q = ?$

i) $P = \dfrac{3600 \cdot n}{c \cdot t}$ $\quad c = ?$ $\quad n = ?$

j) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ $\quad R = ?$ $\quad X_L = ?$

20 Pythagore

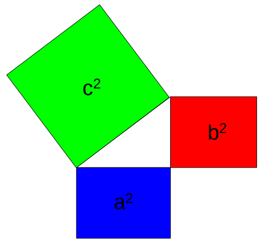
Dans tout triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse (le coté c) est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit. (Les côtés b et c)



Formule de base : $\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$

$\boxed{a^2 = c^2 - b^2}$

$\boxed{b^2 = c^2 - a^2}$



Prenons comme valeur : a = **4** [cm]   b = **3** [cm]   c = **5** [cm]

Calculons :

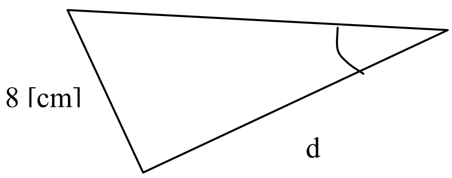
$a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad = \sqrt{5^2 - 3^2} = \mathbf{4}$

$b = \sqrt{c^2 - a^2} \quad = \sqrt{5^2 - 4^2} = \mathbf{3}$

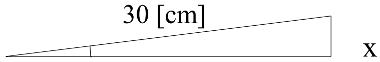
$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad = \sqrt{4^2 + 3^2} = \mathbf{5}$

Exercice 1 : Calculer les longueurs demandées.

a) d = …………………… [cm]



b) x = …………………… [cm]

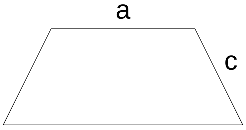


Exercice 2 :

Calculer la diagonale d'un carré de 4 [cm] de côté.

Exercice 3 :

Calculer la surface du trapèze sachant que : a = 8 [cm], b = 14 [cm], et le côté c = 5 [cm]



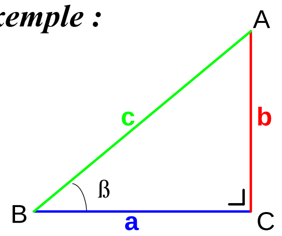
Exercice 4 :

Un triangle ABC, rectangle en C, a une hauteur de 45 [mm] et sa base est de 20 [mm]. Calculer son hypoténuse.

21 Trigonométrie

La trigonométrie a pour objet principal la détermination des triangles, connaissant certains rapports entre les côtés et les angles. Nous limiterons notre étude au **triangle rectangle** et aux angles inférieurs ou égaux à 90[°].

Exemple :



Un triangle rectangle dont la longueur **a** vaut : 4 [cm]

Un triangle rectangle dont la longueur **b** vaut : 3 [cm]

Un triangle rectangle dont la longueur **c** vaut : 5 [cm]

Un angle β (béta)

21.1 Sinus

On appelle sinus (sin) la valeur qu'exprime le rapport $\frac{b}{c}$ d'un triangle rectangle

Calculons le sinus de l'angle β : $\frac{b}{c} = \frac{3}{5} = 0,6$

Nous pouvons maintenant calculer la valeur de l'angle β en calculant : arc sinus de 0,6

- Manipulation de la machine à calculer : arc sinus de 0,6, Taper : 0,6 puis 2nd puis sin

Ce qui donne : **arc sin =** 36,87 [°]

21.2 Cosinus

On appelle cosinus (cos) la valeur qu'exprime le rapport $\frac{a}{c}$ d'un triangle rectangle

Calculons le cosinus de l'angle β : $\frac{a}{c} = \frac{4}{5} = 0,8$

Nous pouvons maintenant calculer la valeur de l'angle β en calculant : arc cosinus de 0,8

- Manipulation de la machine à calculer : arc cosinus de 0,8, Taper : 0.8 puis 2nd puis cos

Ce qui donne : **arc cos =** 36,87 [°]

21.3 Tangente

On appelle tangente (tan) la valeur qu'exprime le rapport $\frac{b}{a}$ d'un triangle rectangle

Calculons la tangente de l'angle β : $\frac{b}{a} = \frac{3}{4} = 0,75$

Nous pouvons maintenant calculer la valeur de l'angle β en calculant : arc tangente de 0,75

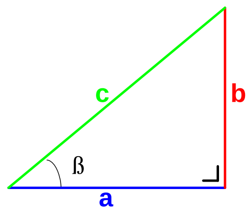
- Manipulation de la machine à calculer : arc tangente de 0,75, Taper : 0,75 puis 2nd puis tan

Ce qui donne : **arc tan =** 36,87 [°]

Le côté **c** se nomme : l'hypoténuse et son abréviation HYP.

Son côté ne touche pas l'angle droit.

Le côté **b** se nomme : l'opposé (à l'angle β) et son abréviation OPP
Vu de l'angle β, c'est le côté en face de l'angle (il touche l'angle droit).



Le côté **a** se nomme : l'adjacent (à l'angle β) et son abréviation ADJ
C'est le $3^{\text{ème}}$ côté (il touche l'angle droit).

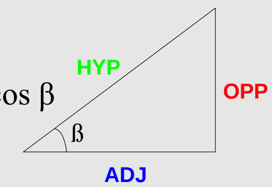
21.4 Formules utiles

$$\sin\beta = \frac{OPP}{HYP} \qquad OPP = \sin\beta \cdot HYP \qquad HYP = \frac{OPP}{\sin\beta}$$

$$\cos\beta = \frac{ADJ}{HYP} \qquad ADJ = HYP \cdot \cos\beta \qquad HYP = \frac{ADJ}{\cos\beta}$$

$$\tan\beta = \frac{OPP}{ADJ} \qquad OPP = ADJ \cdot TAN \qquad ADJ = \frac{OPP}{TAN} =$$

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} \qquad \cos\beta = \frac{\sin\beta}{\tan\beta} \qquad \sin\beta = \tan\beta \cdot \cos\beta$$



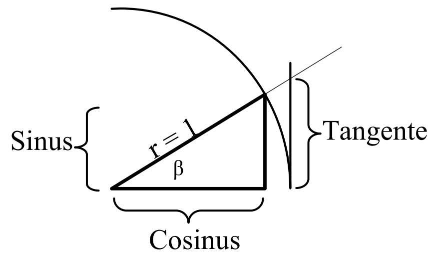
$$\mathbf{\cos^2 + \sin^2 = 1}$$

Quand l'angle β varie de 0 à 90° :

Le sinus croît de 0 à 1

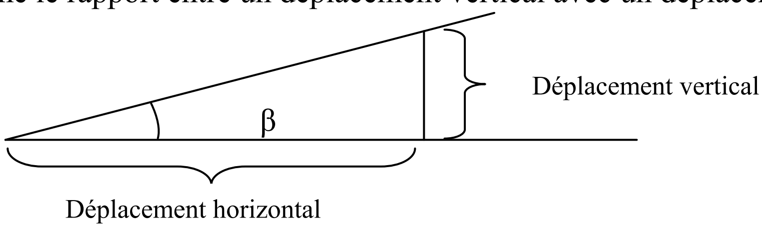
Le cosinus décroît de 1 à 0

La tangente croît de 0 à l'infini.



21.5 La pente

La pente exprime le rapport entre un déplacement vertical avec un déplacement horizontal.



La pente s'exprime souvent en [%]

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} \cdot 100\ [\%] = \text{La tangente de l'angle béta exprimé en } [\%]$$

La tangente de l'angle β représente la pente

21.6 Notation des angles.

En notation décimale, un angle de 28,56 [°]

En notation sexagésimale, le même angle vaut : 28[°] 33['] 54[″]

Attention, on n'utilise que la notation décimale pour calculer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle.

➢ Rappel : pour passer d'une notation sexagésimale en notation décimale, utiliser la touche DMS►DD (avec les touches : 2nd puis +) de la machine à calculer.

Exercice 1 : Effectuer les calculs suivants en gardant 3 chiffres significatifs :

a) sin 42 [°] = ………… b) cos 42 [°] = ………… c) tg 42 [°] = …………

d) sin 90 [°] = ………… e) cos 90 [°] = ………… f) tg 90 [°] = …………

g) sin 22 [°] = ………… h) cos 58 [°] = ………… i) tg 73 [°] = …………

Exercice 2 : Effectuer les calculs suivants :

a) arc sin 0,913545 = ………… b) arc cos 0,19081 = …………

c) arc tan 0,1392 = ………… d) arc sin 0,66913 = …………

e) arc cos -0,9745 = ………… f) arc tan 2.90421 = …………

Exercice 3 :

Calculer le sinus d'un angle de 36[**°**] 59[**'**] : ……………………..…..

Calculer le cosinus d'un angle de 36[**°**] 59[**'**] 22[″] : …………………

Calculer la tangente d'un angle de 36[**°**] 59[**'**] : ………………..……

Exercice 4 :

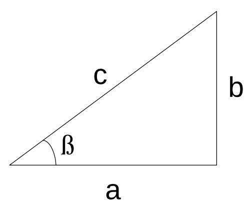
Calculer la longueur c.

a = 10 [cm] β = 45 [°]

Exercice 5 :

Calculer la longueur b.

c = 18 [cm] β = 40 [°]



Exercice 6 :

Calculer la longueur a.

c = 22 [cm] β = 39 [°]

Exercice 7 :

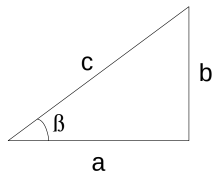
Calculer l'angle β.

c = 22 [cm] a = 10 [cm]

Exercice 8 :

Calculer l'angle β.

c = 45 [cm] b = 18 [cm]



Exercice 9 :

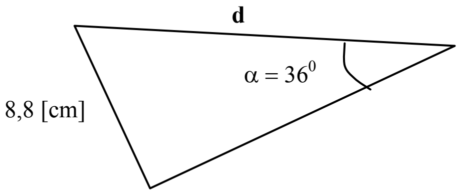
Calculer l'angle β.

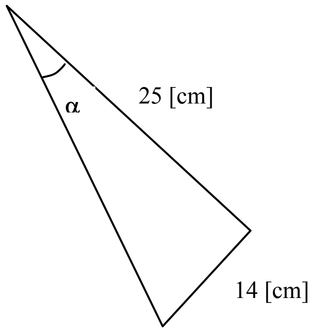
a = 36 [cm] b = 15 [cm]

Exercice 10 :

Calculer les valeurs demandées.

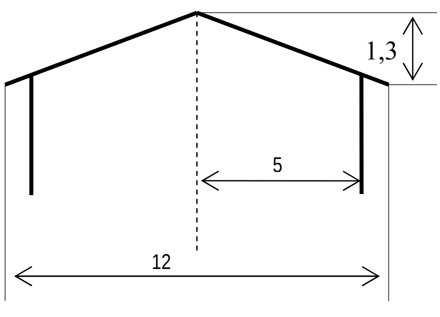
a) Le coté **d** = …………………[cm] b) L'angle α = ……………………[⁰]





Exercice 11 :

Calculer la pente du toit représenté sur le dessin ci-dessous.

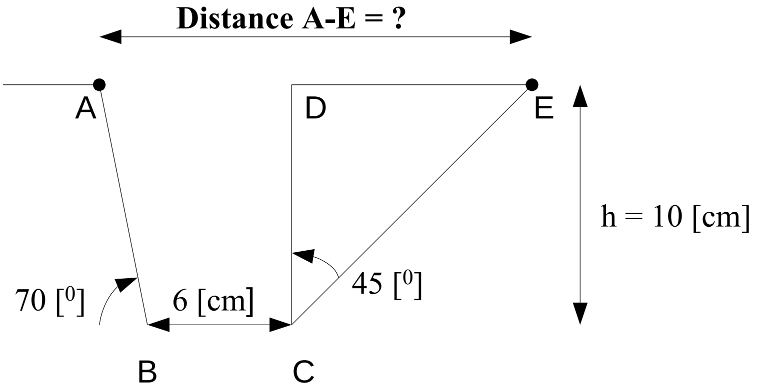


Exercice 12 :

Un électricien doit percer un mur d'une épaisseur de 30 [cm]. L'angle d'attaque de la mèche dans le mur doit être de 55 [^{o}]. Calculer la longueur minimum de la mèche qui doit traverser le mur.

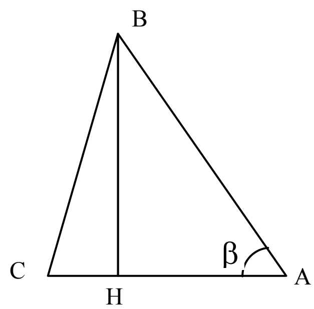
Exercice 13 :

Calculer la distance A – E :



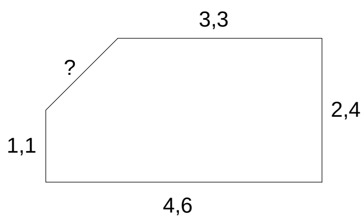
Exercice 14 :

Calculer le périmètre de la figure ci-contre.
BH = 13 [mm]
HA = 0,9 · BC
β = 35 [^{0}]



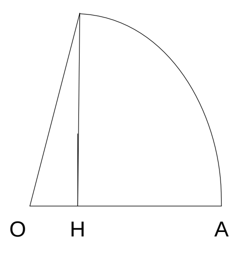
Exercice 15 :

Calculer la longueur (?) d'une canalisation apparente qui doit longer la pente du toit. Les mesures sont en [m].



Exercice 16 : Calculer la longueur de l'arc AB

OA = OB = 142 [mm]   HB = 135 [mm]



Exercice 17 :

Un triangle rectangle a une base de 5,100 [dm] et un angle de 75 [**^{o}**] 51 [**'**]. Calculer ses 2 autres côtés ainsi que sa surface. Donner la réponse avec 4 chiffres significatifs.

22 Calculs de surfaces

Exercice 1 :

Chercher dans un formulaire et noter la formule permettant de calculer :

La surface d'un triangle : ………………………………………………

La surface d'un cercle : ………………………………………………

La surface d'un rectangle : ………………………………………………

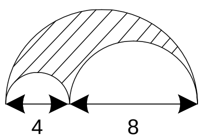
La surface d'un cylindre : ………………………………………………

Exercice 2 :

Un couloir à chauffer (au sol) à une diagonale de 12,5 [m] qui fait un angle de 48[°] 50 [′] avec l'un des côté. Calculer la longueur du canal de plinthe à poser (sans tenir compte des portes) et la surface à chauffer.

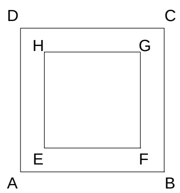
Exercice 3 :

Calculer la surface de la forme ci-dessous, les mesures sont est en [cm].



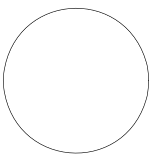
Exercice 4 :

On veut installer une rampe lumineuse selon le carré EFGH de 56,25 [m^2]. La pièce ABCD mesure 225 [m^2]. Calculer la longueur totale de la rampe lumineuse.
A quelle distance des bords doit-elle être posée ?



Exercice 5 :

Calculer la surface éclairée par un luminaire sachant que la circonférence du rond de lumière vaut 188,5 [cm].

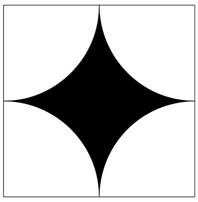


Exercice 6 :

Calculer le diamètre d'un fil de cuivre de 1,5 [mm^2]

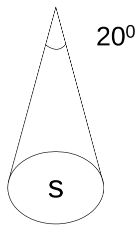
Exercice 7 :

Calculer la surface noire ci-dessous, sachant que la surface du carré vaut 100 [cm^2]



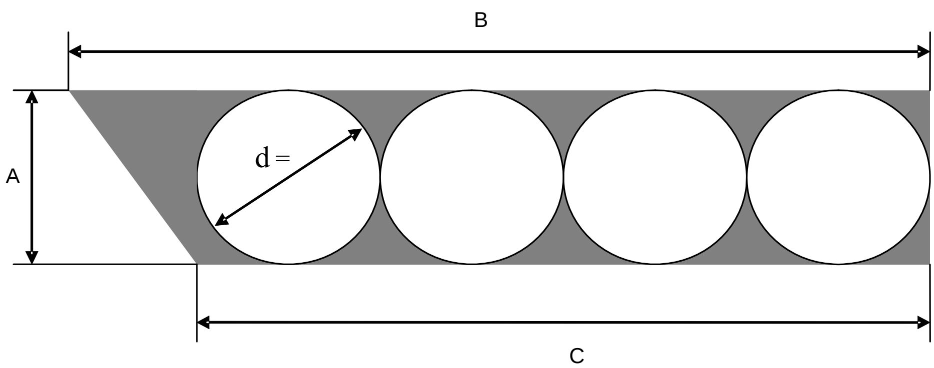
Exercice 8 :

A quelle hauteur du sol faut-il placer le support d'une ampoule pour éclairer une surface circulaire sur un bureau de 0,22 [m^2] dont le plateau si situe à 0,90 [m] du sol. ? L'angle de diffusion de l'ampoule vaut 20 [°].



Exercice 9 :

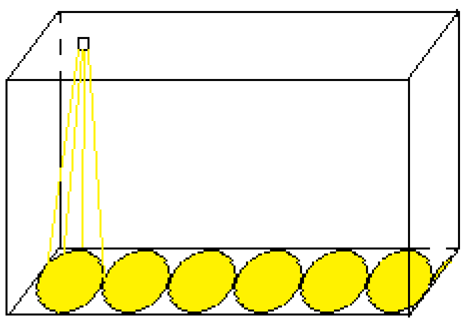
Calculer la surface d'ombre (en gris) laissée sur un bar éclairé par 4 spots dont la surface d'éclairage vaut 7854 [cm^2]. La longueur B du bar vaut 230 [cm].



Exercice 10 :

On désire installer des lampes LED au plafond d'une niche d'une longueur de 4 [m], d'une profondeur de 80 [cm] et d'une hauteur de 1,5 [m] de tel façon à ce que le diamètre du rond de lumière soit égale à la profondeur de la niche et que les ronds se touchent sur toute la longueur.

a) Quel doit être l'angle d'émission de chacune des ampoules ?
b) Combien de lampes faudra-t-il installer au total ?

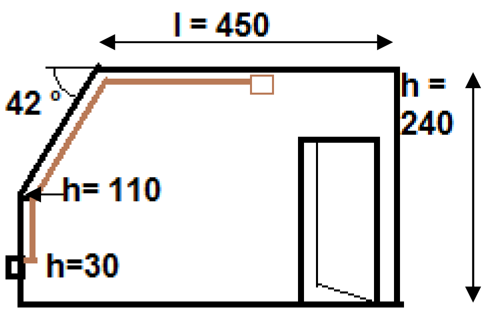


Exercice 11 :

Une canalisation apparente partant d'une prise doit alimenter une lampe, au milieu de la pièce mansardée, selon le tracé dessiné ci-contre.

Calculer la longueur totale de la canalisation.

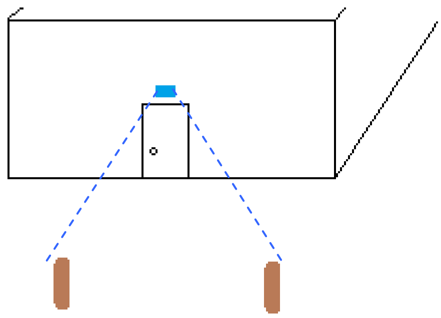
Les longueurs sont en mètres.



Exercice 12 :

Un client désire que vous placiez un détecteur de mouvement qui doit surveiller la surface comprise entre deux points (en brun) distant de 5 [m] l'un de l'autre et de 3 [m] de la façade sur laquelle sera installé le détecteur.

a) Quel doit être son angle de surveillance s'il est placé à l'axe des deux points ?
b) Calculer la surface surveillée ?



23 Calculs de volumes

Exercice 1 :

Calculer le volume d’une pièce de 12 [m] de large, de 9 [m] de long et de 2,4 [m] de hauteur.

Exercice 2 :

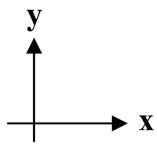
Calculer le volume de cuivre contenu dans une torche (l =100 [m]) de câble Tdc 5 $\cdot$ 16 [mm^2].

Exercice 3 :

Calculer le volume sèche-serviette de 1,4 [m] de haut et 80 [cm] de large qui pivote sur 120 [°].

24 Les fonctions

En mathématiques, une fonction la représentation d'une grandeur **y** dont on analyse ses possibles variations en variant une seconde grandeur **x.**



Une fonction se présente sur un système d'axes et s'écrit :
y = f(x) et se lit : "*y en fonction de x*".

25 Lecture de graphique

Il s'agit de déterminer, parfois de traduire en français, les indications présentes afin de répondre ou préciser les points suivants.

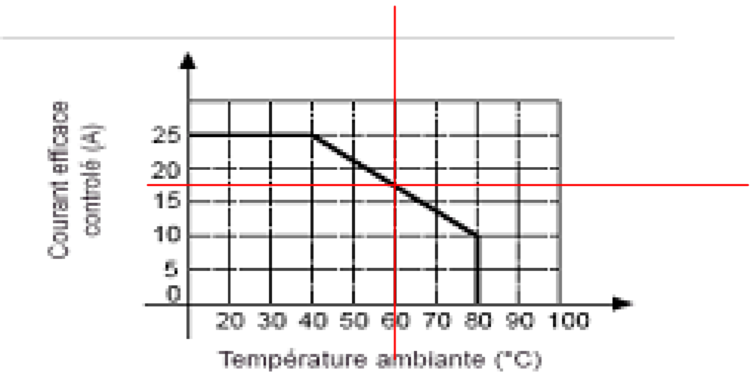
- Titre du graphique
- Grandeurs en relations (avec les unités)
- Graduations
- Description de « l'allure des courbes »
- Lecture précise de certains points

Dans un graphique, pour une valeur donnée en **x**, nous allons repérer à quelle endroit cette valeur coupe la courbe et relever la valeur en **y** correspondante.

Exemple :

Dans le graphique ci-dessous, relever la valeur du courant électrique (en y) pour une température (en x) de 60 [^{0}C].

Fonction de la courbe ci-dessous : *I = f (T)* (I en fonction de la température).



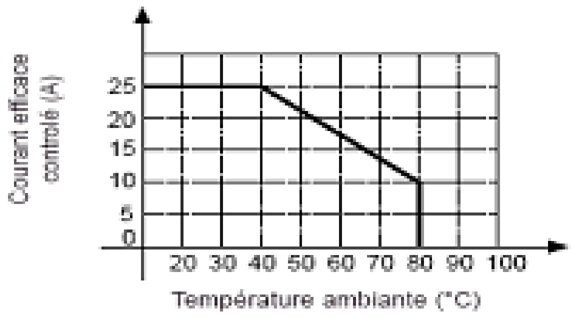
On remarque qu'en coupant la courbe à 60 [^{0}C], la lecture horizontale indique en **y** une valeur de 17,5 [A].

Mathématiques

Exercice 1 :

Déterminer la valeur du courant à : 30, 65 et 70 [^{0}C]

I = f (T)



I à 30 [^{0}C] ⇒ ……..

I à 65 [^{0}C] ⇒ ……..

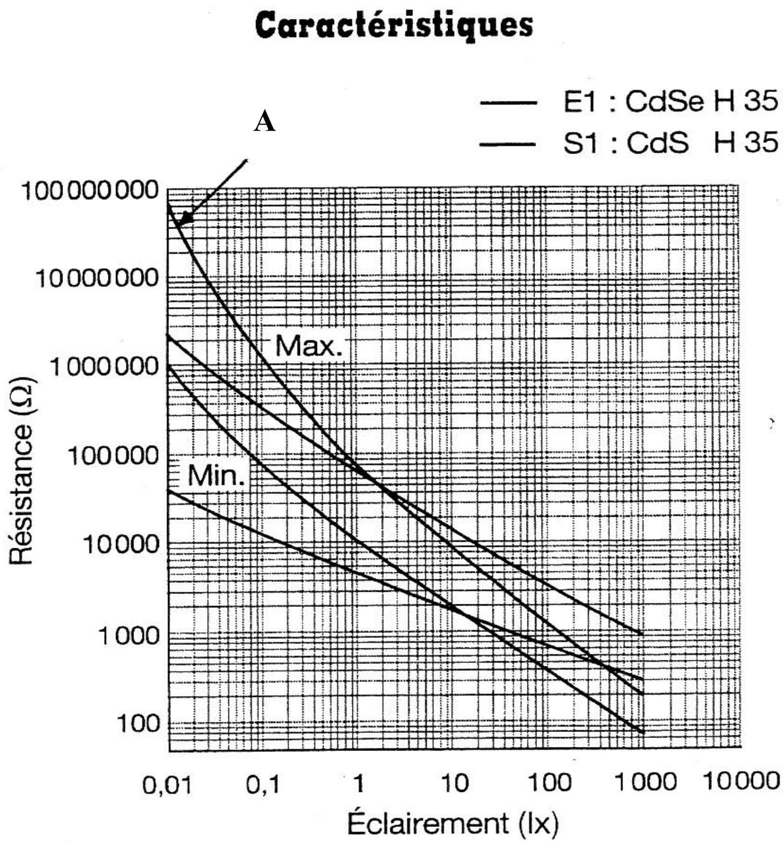
I à 70 [^{0}C] ⇒ ……..

Exercice 2 :

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter :

a) La valeur maximum de la résistance à : (courbe A)
0,1 – 1 - 100 et 1000 [lx]

b) La valeur minimum de la résistance à :
0,1 – 1 - 100 et 1000 [lx]



R = f (E)

R$_{max}$ à 0,1 [lx] ⇒ ………..

1 [lx] ⇒ ………..

100 [lx] ⇒ ………..

1000 [lx] ⇒ ………..

R$_{min}$ à 0,1 [lx] ⇒ ………..

1 [lx] ⇒ ………..

100 [lx] ⇒ ………..

1000 [lx] ⇒ ………..

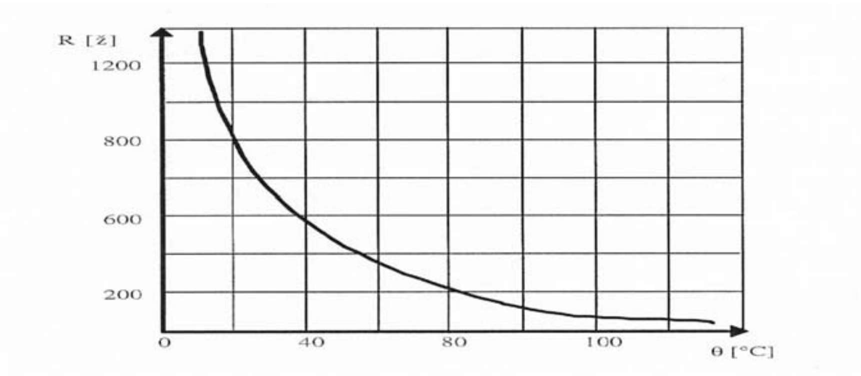
Mathématiques

Exercice 3 :

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter les valeurs :

a) de la résistance à : 20, 40, 50 et 100 [°C]

b) de la température d'une résistance à : 800, 300 et 200 [Ω]



R = f (θ)

R à 20 [^{0}C] ⇒………

40 [^{0}C] ⇒………

50 [^{0}C] ⇒………

100 [^{0}C] ⇒………

θ pour 800 [Ω] ⇒………

300 [Ω] ⇒………

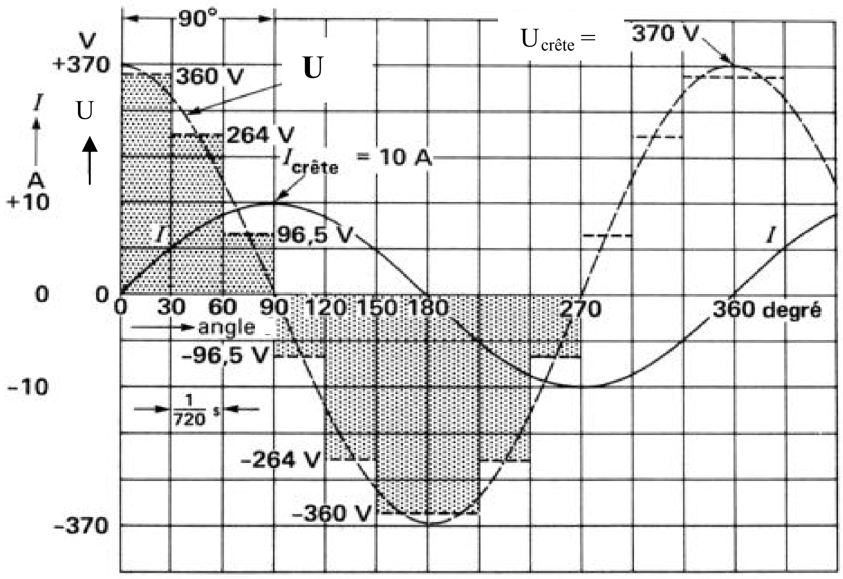
200 [Ω] ⇒………

Exercice 4 :

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter les valeurs :

a) de I à : 60, 90, 120, 150, 180, 270, 300, et 330 [°].

b) de U à 60, 90, 130, 150, 160, 270, 300, et 330 [°].



I et U = f(α)

I à 60 [°] ⇒………

à 90 [°] ⇒………

à 120 [°] ⇒………

à 150 [°] ⇒………

à 180 [°] ⇒………

à 270 [°] ⇒………

α à 300 [°] ⇒………

à 330 [°] ⇒………

U à 60 [°] ⇒………

à 90 [°] ⇒………

à 130 [°] ⇒………

à 150 [°] ⇒………

à 160 [°] ⇒………

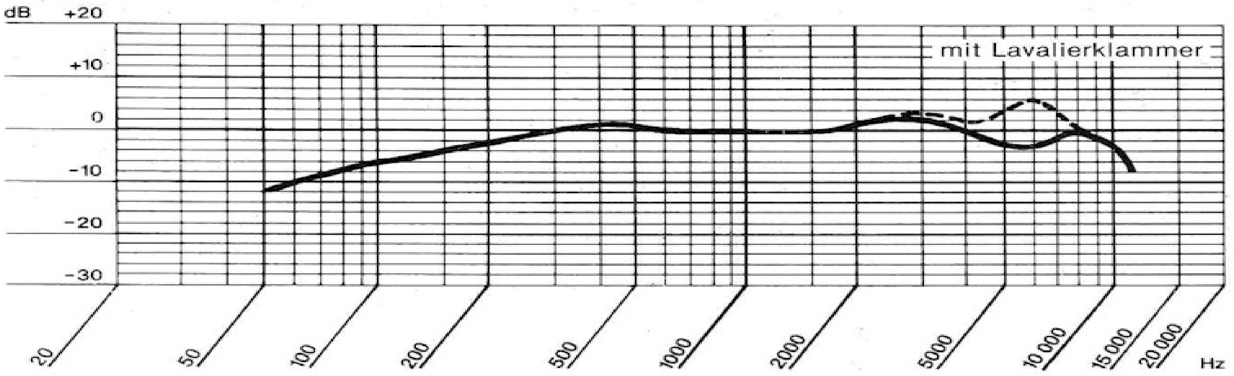
à 270 [°] ⇒………

à 300 [°] ⇒………

à 330 [°] ⇒………

Exercice 5 : Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter les valeurs en [dB] aux fréquences suivantes :

50, 80, 150, 300, 450, 1000, 3000, 6000 , 10000 et 12000 [Hz]



dB = f(f)

50 [Hz] ⇒……… 80 [Hz] ⇒……… 150 [Hz] ⇒……… 300 [Hz] ⇒………

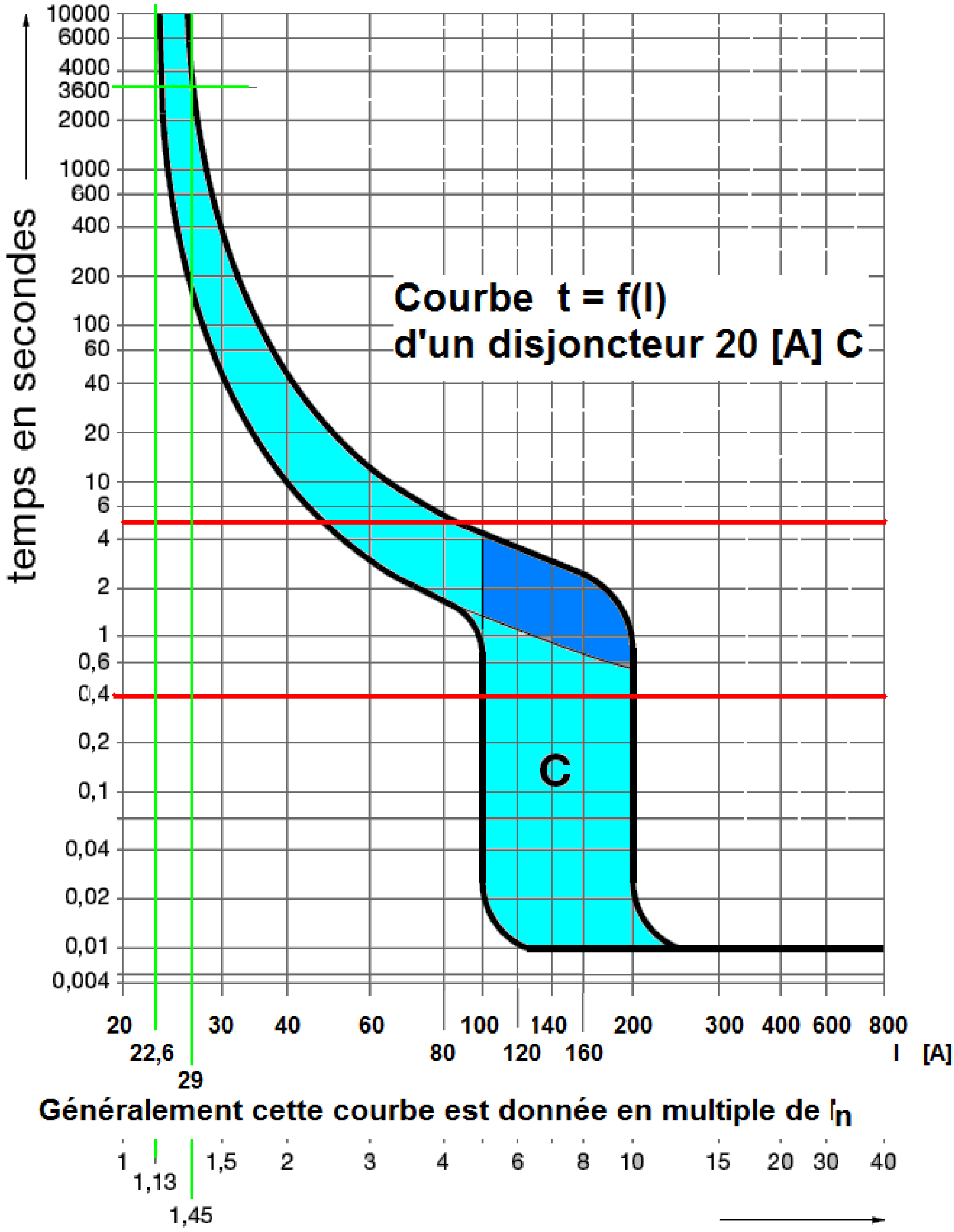
450 [Hz] ⇒……… 1000 [Hz] ⇒……… 3000 [Hz] ⇒…… 6000 [Hz] ⇒………

10000 [Hz] ⇒………. 12000 [Hz] ⇒……….

Exercice 6 :

Dessiner une fonction : sin = f(α) pour α qui varie de 0 à 360 degrés.

Exercice 7 : ***Courbe disjoncteur***



a) Combien d'ampères faut-il pour assurer le déclenchement de ce disjoncteur 20 [A] en 5 [s] ?

b) A combien de fois I_n le déclenchement de ce disjoncteur 20 [A] en 5 [s] est-il assuré ?

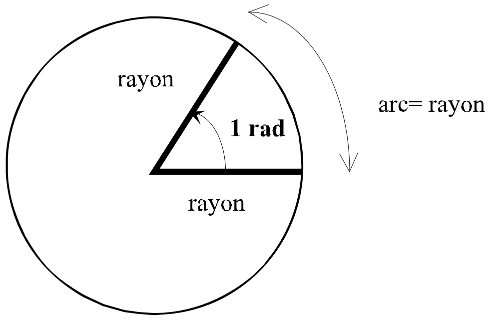
c) Durant combien de temps ce disjoncteur 20 [A] supporte-t-il un courant de 70 [A] sans risque de coupure ?

d) Durant combien de temps un disjoncteur 32 [A] supporte-t-il un courant de 64 [A] sans risque de coupure ?

26 Le radian

A côté des unités d'angles, degrés [°] et grades [grad] employées en géométrie ; la physique et la technique utilisent l'unité SI : **le radian** [rad].

Par définition, le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui intercepte, sur la circonférence d'un cercle, un arc de longueur égale à celle du rayon.



Remarque :
Nous trouvons $2 \cdot \pi \approx 6{,}28...$ fois un angle de 1 radian dans un cercle.
Un angle de 1 radian vaut ≈ **57,29°.**

26.1 Transformation de degrés en radians

Pour déterminer la correspondance entre des angles exprimés en degrés et leur équivalent en radians, nous appliquons un rapport de proportionnalité sachant que **360 [°] = 2π [rad]**.

$$\boxed{\alpha\ [\mathrm{rad}] = \frac{2\pi \cdot \alpha\ [°]}{360}}$$

Exemple :

Quelle est la valeur de 90 [°] exprimés en radians ? $\alpha\ [\mathrm{rad}] = \frac{2\pi \cdot 90}{360} = \frac{\pi}{2} = \underline{\underline{1{,}57079...[\mathrm{rad}]}}$

La machine à calculer fait cette opération :

Taper 90 puis DRG ▶ (avec les touches (2nd puis DRG). Cela affiche 1,570796. (**RAD** s'affiche en haut à droite).

26.2 Transformation de radians en degrés

Pour déterminer la correspondance entre des angles exprimés en radians et leur équivalent en degrés, nous appliquons un rapport de proportionnalité sachant que **2π [rad] = 360 [°]**.

$$\boxed{\alpha\ [°] = \frac{360 \cdot \alpha\ [\mathrm{rad}]}{2\pi}}$$

Exemple :

Quelle est la valeur de 1,7 radian exprimée en degrés ? $\alpha\ [°] = \frac{360 \cdot 1{,}7}{2 \cdot \pi} = \underline{\underline{97{,}4[°}}$

La machine à calculer fait cette opération :

- Mettre la machine en radian : Appuyer la touche DRG 1 fois (cela affiche **RAD**)

Taper 1,7 puis DRG ▶ (avec les touches (2nd puis DRG **)**, cela affiche 108,22 (grades) **GRAD** s'affiche en haut à droite, puis taper (2nd puis DRG **)**, la réponse 97,4 avec un **DEG** en haut à droite s'affiche.

26.3 Transformation de degrés en π radians

Nous trouvons souvent dans les graphiques de courants alternatifs des valeurs d'angles exprimées en π radians.
Il est nécessaire de connaitre certaines correspondances entre les angles exprimés en degré et en π radians.

Exemple : Transformer 236 [°] en **π** radians.

➤ La machine à calculer fait cette opération :

Diviser 236 par π puis = puis 2nd DRG. Cela donne 1,311$\overline{1}$ π [rad]

En général, nous allons donner des angles en **π radians** et *en code fractionnaire irréductible*.

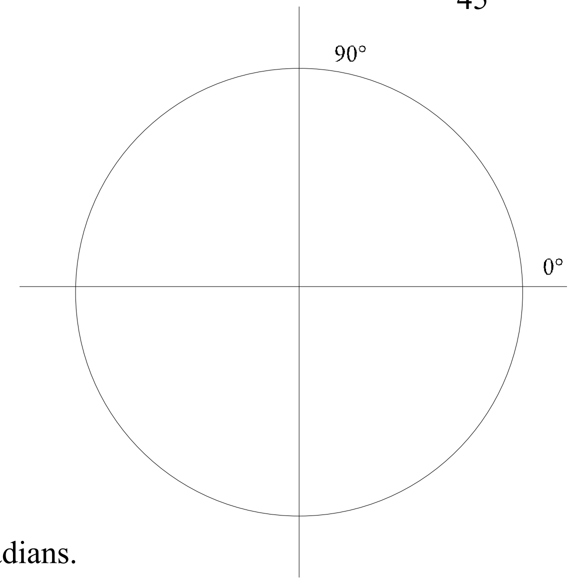
puis F◄►D (avec les touches (2nd et ⟵) ce qui donne 1 entier et $\frac{14}{45}$ de π radians, appuyer encore les touches d/c (avec 2nd et a b/c) ce qui nous donne la réponse finale, soit : $\frac{59}{45}$ [π rad].

Exercice 1 :

a) Diviser le cercle en angles de 30 [°].

b) Noter la valeur des angles en degrés.

c) Noter la valeur des angles en π radians



Exercice 2 : Convertir les angles suivants en radians.

a) 180 [°] =…………………..……… [rad] b) 13 [°] =…………………..……… [rad]

c) 270 [°] =…………………..……… [rad] d) 480 [°] =…………………..……... [rad]

Exercice 3 : Convertir les angles suivants en degrés.

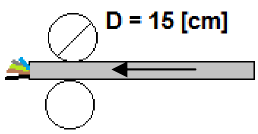
a) $\frac{\pi}{6}$ [rad] =……………………..………… [°] b) 1,0471975 [rad] =…………………..…… [°]

c) $\frac{5 \cdot \pi}{4}$ [rad] =……………………..……… [°] d) 12,566370 [rad] = =……………..…… [°]

Exercice 4 :

Pour mesurer la longueur d'un câble, une roue d'un diamètre de 15 [cm] fait 34 tours et 1,5 [rad].

Calculer la longueur du câble.



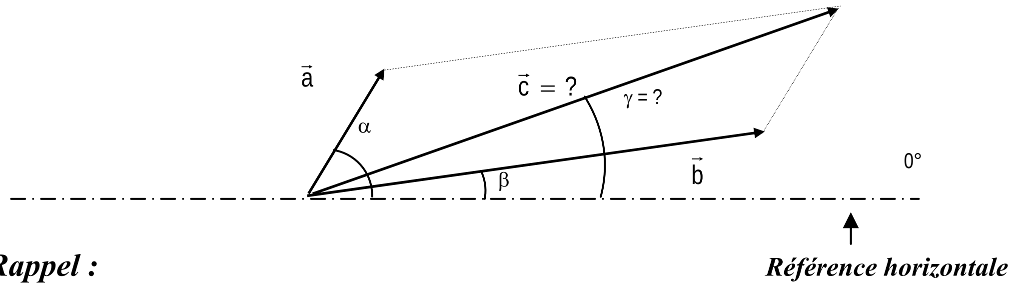
27 Les vecteurs

Dans plusieurs domaines scientifiques, il est souvent nécessaire de devoir calculer avec des grandeurs formant des angles quelconques entre eux ou par rapport à une référence.
Dans ce cas on représente ces grandeurs à l'aide de vecteurs comme par exemple en électricité pour additionner ou soustraire des courants ou des tensions.
En aviation pour mesurer des vents et des vitesses, les exemples ne manquent pas.

Les vecteurs sont caractérisés soit par :
- leurs coordonnées polaires : leur amplitude et l'angle de leur direction par rapport à l'axe horizontal
- leurs coordonnées rectangulaires (composantes horizontales et verticales)

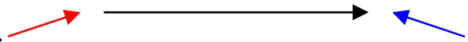
27.1 *Addition vectorielle graphique :*

Ci-dessous, il faut trouver le vecteur résultant ($\vec{c}$) de l'addition du vecteur $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

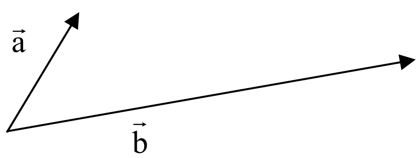


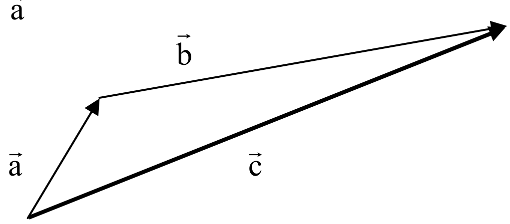
Rappel :

Pour additionner deux vecteurs, il suffit de prendre **l'origine** d'un des deux vecteurs et de le placer à **l'extrémité** de l'autre vecteur, puis de mesurer la distance entre l'origine du 1er vecteur et l'extrémité du 2ème vecteur.

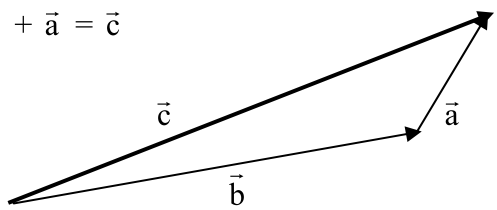
Origine d'un vecteur :  extrémité d'un vecteur.

Exemple : additionner le vecteur $\vec{b}$ au vecteur $\vec{a}$





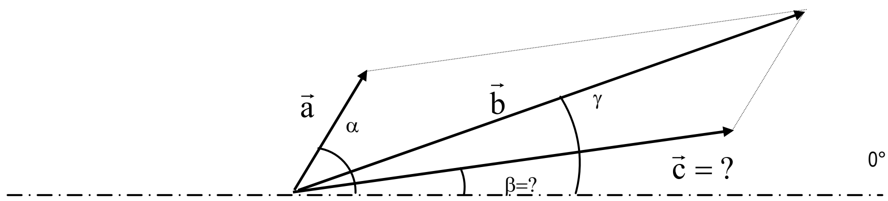
L'origine de $\vec{b}$ est placée à l'extrémité de $\vec{a}$: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
ou
L'origine de $\vec{a}$ est placée à l'extrémité de $\vec{b}$: $\vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ revient au même.que $\vec{c} = \vec{b} + \vec{a}$

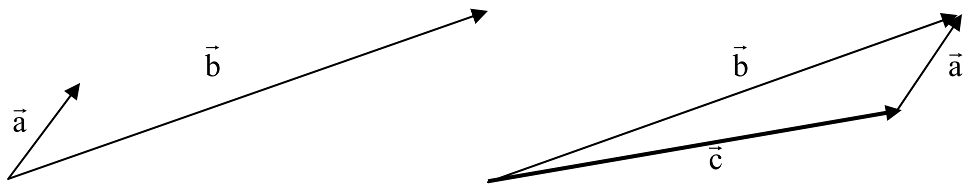
27.2 Soustraction vectorielle graphique :

Ci-dessous, il faut trouver le vecteur résultant ($\vec{c}$) de la soustraction de deux autres. ($\vec{b} - \vec{a}$)



Pour soustraire deux vecteurs, il suffit de prendre **l'extrémité** du vecteur à soustraire et de le placer à **l'extrémité** de l'autre vecteur, puis de mesurer la distance entre **l'origine** du 1^{er} vecteur et **l'origine** du $2^{ème}$ vecteur.

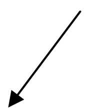
Exemple : Soustraire le vecteur $\vec{a}$ au vecteur $\vec{b}$

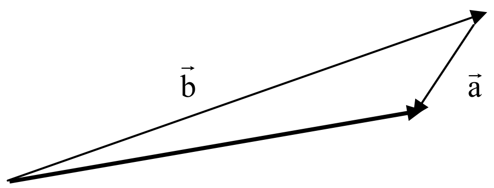


$\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$

Ce qui revient à <u>additionner l'opposé du $2^{ème}$ vecteur au 1^{er} vecteur.</u>

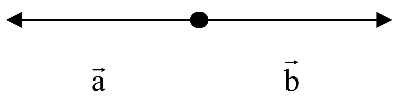
Additionner l'inverse du vecteur $\vec{a}$





$\vec{c} = \vec{b} + (-\vec{a})$

Rappel : Si deux vecteurs ont :



1) une même direction,
2) des sens opposés,
3) une même longueur,

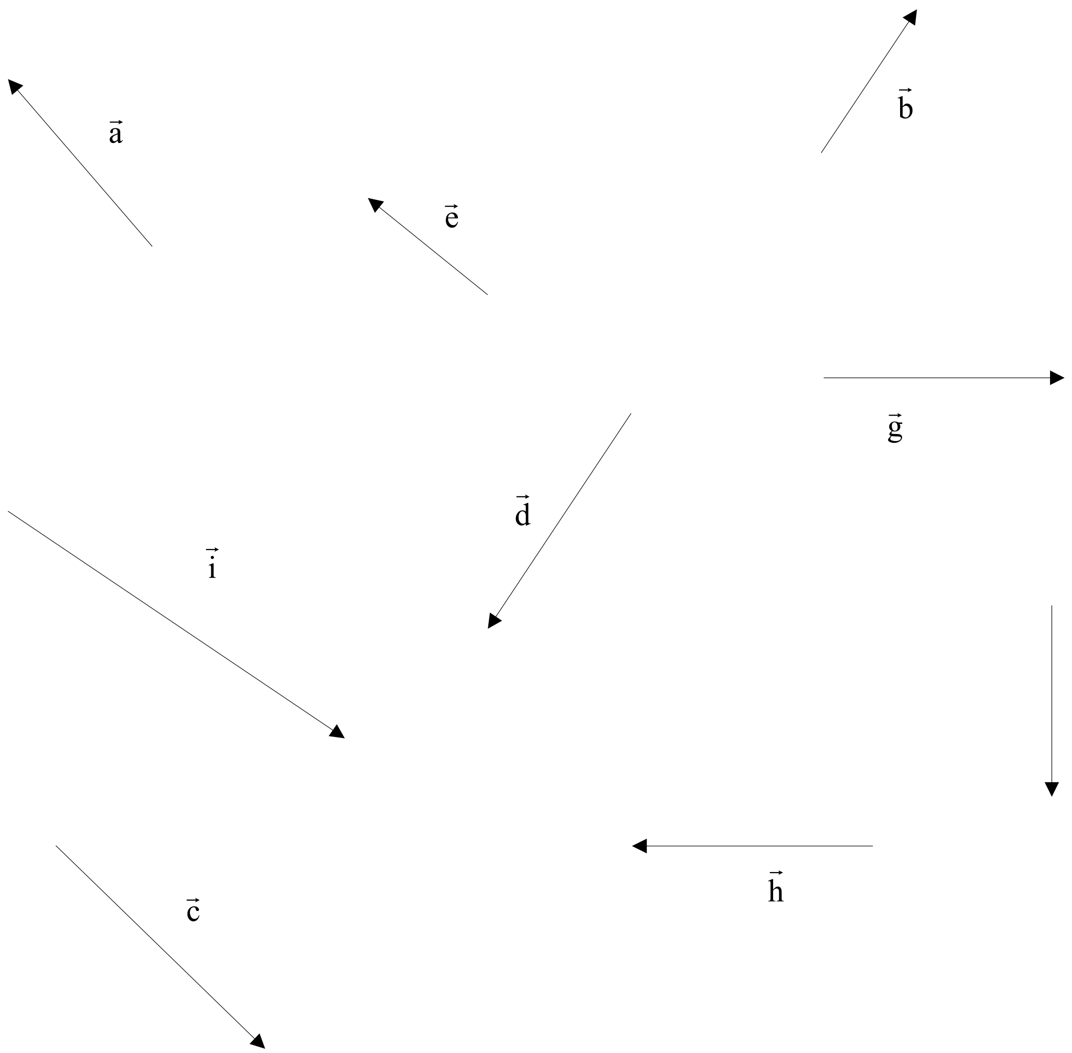
ils sont appelés **vecteurs opposés** On a : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ou $\vec{b} = -\vec{a}$

Mathématiques

Exercice 1 :

a) Mesurer et noter les longueurs en [mm] des vecteurs ainsi que leurs angles (φ) exprimés par rapport à l'horizontale.

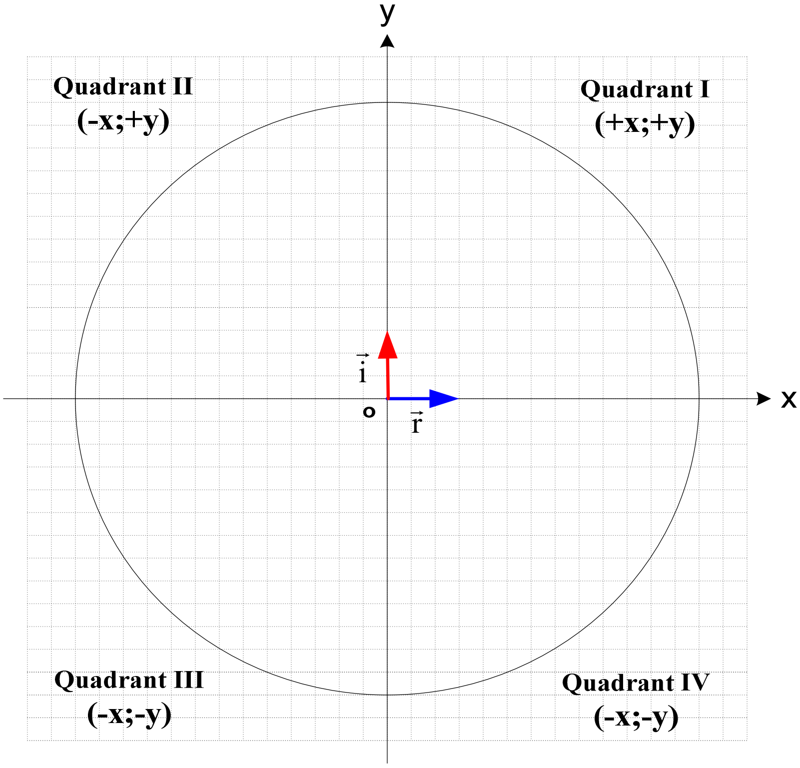
b) Additionner et soustraire graphiquement les vecteurs suivants et noter la longueur en [mm] et l'angle en [°] des vecteurs résultants. $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{c} + \vec{d}$; $\vec{e} + \vec{f}$; $\vec{g} + \vec{h}$; $\vec{a} + \vec{i}$
$\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{c} - \vec{d}$; $\vec{e} - \vec{f}$; $\vec{g} - \vec{h}$; $\vec{a} - \vec{i}$



Réponses :	$\vec{a} =$	$\vec{b} =$	$\vec{c} =$	$\vec{d} =$
$\vec{e} =$	$\vec{f} =$	$\vec{g} =$	$\vec{h} =$	$\vec{i} =$
$\vec{a} + \vec{b} =$	$\vec{c} + \vec{d} =$	$\vec{e} + \vec{f} =$	$\vec{g} + \vec{h} =$	$\vec{a} + \vec{i} =$
$\vec{a} - \vec{b} =$	$\vec{c} - \vec{d} =$	$\vec{e} - \vec{f} =$	$\vec{g} - \vec{h} =$	$\vec{a} - \vec{i} =$

28 Polaire – Rectangulaire théorie.

28.1 Composantes rectangulaires d'un vecteur.



Echelle : `1` = 3 carrés

Composantes :

On prend deux vecteurs perpendiculaires $\vec{i}$ et $\vec{r}$ d'une **longueur** égale à **1.**
Ils sont appelés **vecteurs de base.**
Ils sont dessinés à partir d'un point **o** appelé **l'origine**.
Le prolongement du vecteur $\vec{r}$ forme l'axe **x** ; celui du vecteur $\vec{i}$ l'axe **y**.
Il est possible d'obtenir n'importe quel vecteur à partir de ces deux vecteurs de base.

Remarque :
Le cercle est composé de **4 quadrants**, numéroté en chiffres Romains.

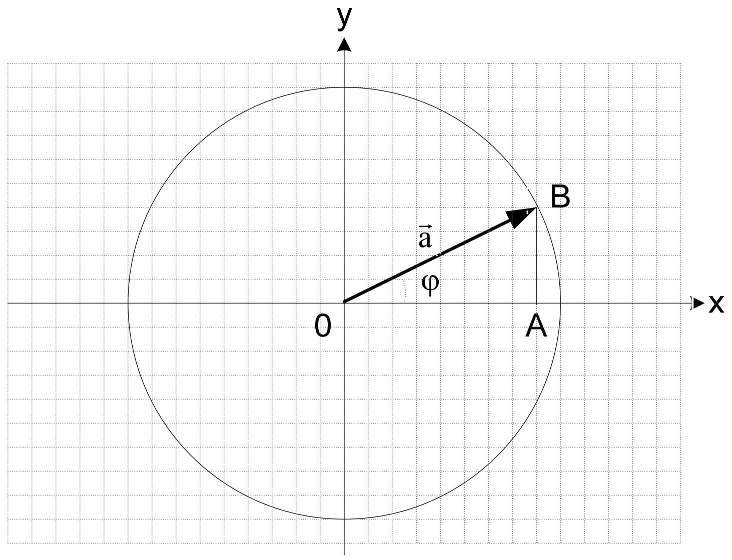
Pour le quadrant **I**, le signe est positif pour l'axe x et positif pour l'axe y. (0 à 90^o)
Pour le quadrant **II**, le signe est négatif pour l'axe x et positif pour l'axe y. (90 à 180^o)
Pour le quadrant **III**, le signe est négatif pour l'axe x et négatif pour l'axe y. (180 à 270^o)
Pour le quadrant **IV**, le signe est positif pour l'axe x et négatif pour l'axe y. (270 à 360^o)
Pour représenter un vecteur, on note sa valeur en **x** et en **y**.

Pour abréger l'écriture on note : $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\vec{a} = (x\ ;\ y)$, donc pour un vecteur $\vec{a}$ ayant comme valeur ***:*** x = 3 et y = 2 ; on écrit : $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ou $\vec{a} = (3\ ;\ 2)$

Les grandeurs (x ; y) sont les composantes rectangulaires d'un vecteur

Exercice : Représenter le vecteur (3 ; 2) sur le graphique du haut de la page, à l'échelle.

28.2 Composantes polaires d'un vecteur



échelle : `1` = 1 carré

❖ **Longueur d'un vecteur**

Soit le vecteur suivant : $\vec{a}$ = (8 ; 4). Ce sont ses coordonnées rectangulaires.
Le triangle OAB est rectangle en A, pour calculer la longueur du vecteur $\vec{a}$, on peut donc utiliser le théorème de Pythagore. $(\overline{OB})^2 = (\overline{OA})^2 + (\overline{AB})^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{OB} = \sqrt{(\overline{OA})^2 + (\overline{AB})^2}$

La longueur $\overline{OB}$ est la longueur (amplitude, ou module) du vecteur $\vec{a}$ que l'on note :
longueur $\vec{a}$ = **a** (ou $\|\vec{a}\|$)

Dans ce cas, puisque $\overline{OA}$ = x = 8 et $\overline{AB}$ = y = 4, la longueur **a** = $\sqrt{8^2 + 4^2}$ = 8,94

Règle : Pour calculer la longueur d'un vecteur, il faut additionner les carrés de ses composantes rectangulaires (**x** et **y)** et prendre la racine du résultat : $\vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2}$

❖ **L'angle d'un vecteur**

Soit le même vecteur $\vec{a}$ = (8 ; 4), sa longueur calculée précédemment vaut : 8,944

Calculons son angle φ (phi) :

La tangente de **φ** vaut : le rapport de ($\frac{opp}{adj}$) donc $\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$ ou de $\frac{y}{x} = \frac{4}{8}$ = 0,5

Donc l'angle **φ** vaut : arctan de 0,5 = 26,57 [°]

Attention : Si le vecteur se trouve dans les quadrants suivants, vous devez :
Quadrants II : Soustraire l'angle trouvé à 180° $\Rightarrow 180 - \varphi$
Quadrants III : Additionner 180° à l'angle trouvé $\Rightarrow 180 + \varphi$
Quadrant IV : Soustraire l'angle trouvé à 360° $\Rightarrow 360 - \varphi$

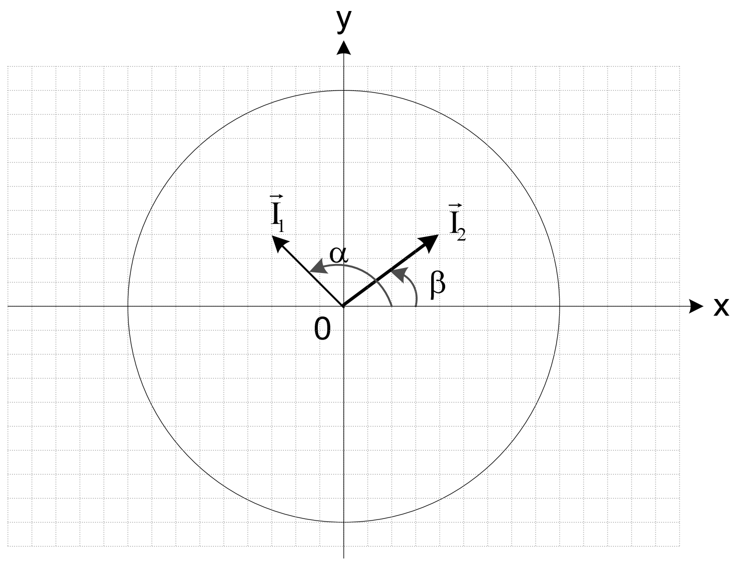
Les grandeurs a et φ sont les composantes polaires d'un vecteur

On note : $\vec{a} = a \angle^{\varphi}$ $\quad \vec{a} = 8{,}944 \angle^{26{,}56\,[°]}$
Le vecteur $\vec{a}$ est aussi bien caractérisé par ses composantes polaire (longueur **a** et l'angle **φ**) que par ses composantes rectangulaires (x ; y).

29 Polaire – Rectangulaire côté pratique.

29.1 Composantes polaires d'un vecteur.

Nous pouvons exprimer des valeurs de tension, de courant ou de force avec des vecteurs.
Prenons l'exemple suivant :



Echelle : 1 [cm] = 1[A]

Nous prendrons pour cet exemple deux courants exprimés par les vecteurs $\vec{I}_1$ et $\vec{I}_2$

Donc le courant indiqué par le vecteur $\vec{I}_1$ vaut environ : 1,6 [A] (longueur du vecteur) et son angle par rapport à l'axe x vaut 135 [°].

Le courant indiqué par le vecteur $\vec{I}_2$ vaut environ : 2,2 [A] avec un angle de 45 [°].

Pour additionner ces 2 courants, on peut utiliser la méthode graphique.

> Rappel : Pour additionner vectoriellement 2 vecteurs, il faut amener l'origine du 1er vecteur à l'extrémité du 2ème vecteur ou l'inverse, cela revient au même.

Le vecteur résultant indique la somme des 2 vecteurs, et donc des 2 courants, avec son angle par rapport à l'axe des **x** ou son angle de déphasage si une tension est indiquée sur le graphique.

> Arithmétiquement, il n'est pas possible d'additionner la valeur des 2 courants (comme pour la loi des nœuds de Kirchhoff) à cause de leur orientation différente. Il faut tenir compte de leurs directions.

Une des solutions possibles est de convertir les composantes polaires de ces 2 vecteurs en composantes rectangulaires (x et y), puis additionner toutes les composantes **x** et toutes les composantes **y** pour former un nouveau vecteur.
Ensuite, il faut reconvertir ces nouvelles coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires et le tour est joué.

1ère étape, il faut écrire ces valeurs en composantes polaires.

Dans notre exemple, le courant $\vec{I}_1$ vaut : 1,6 [A] avec un angle de 135 [°].
Le courant $\vec{I}_2$ vaut : 2,2 [A] avec un angle de 45 [°].
Nous allons les écrire de la manière suivante : $\vec{I}_1 = 1{,}6\ [A] \angle^{135\,[°]}$ et $\vec{I}_2 = 2{,}2\ [A] \angle^{45\,[°]}$

2ème étape, il faut convertir les composantes polaires en composantes rectangulaires.

29.2 Transformation Polaire - Rectangulaire

La machine à calculer permet de réaliser cette opération

- Il faut taper 1,6 (la valeur de $\vec{I}_1$ l'argument du vecteur, donc le courant de1,6 [A] dans notre exemple), puis **x-y** (avec les touches 2nd et π) puis 135 (la valeur de l'angle **φ)** puis **P►R** avec les touches (2nd et x) ; cela donne la valeur de la composante rectangulaire **x** (un petit x s'affiche en haut à gauche) ; puis taper **x-y** (avec les touches 2nd et π) et la valeur de la composante rectangulaire **y** s'affiche.

Ce qui nous donne en coordonnées rectangulaire pour le vecteur $\vec{I}_1$:
$\vec{I}_1 = (I_{x1}\ ; I_{y1})$, avec les valeurs cela donne : $\vec{I}_1 = (-1{,}13\ ; 1{,}13)$
Donc la composantes **x** vaut : -1,13 et la composantes **y** vaut : 1,13

Pour le vecteur $\vec{I}_2$:
$\vec{I}_2 = 2{,}2 \angle^{45\,[°]}$ en coordonnée rectangulaire cela donne : $\vec{I}_2 = (1{,}55\ ; 1{,}55)$
Donc la composantes **x** vaut : 1,55 et la composantes **y** vaut : 1,55

3ème étape, additionnons ces composantes x et y
La composante **x** du nouveau vecteur vaut : $(\vec{I}_{x1} + \vec{I}_{x2}) = (-1{,}13) + (1{,}55) = 0{,}42$
Et la composante **y** : $(\vec{I}_{y1} + \vec{I}_{y2}) = (1{,}13) + (1{,}55) = 2{,}68$

Donc le vecteur que l'on nommera $\vec{I}_R$ aura comme composantes rectangulaires :
$\vec{I}_R = (\vec{I}_{xR} + \vec{I}_{yR}) = (0{,}42\ ; 2{,}68)$

4ème étape, transformer ces composantes rectangulaires en composantes polaires pour trouver enfin la valeur du courant et l'angle résultant de l'addition des 2 courants.

29.3 Transformation Rectangulaire - Polaire

La machine à calculer permet de trouver ces deux valeurs en une seule opération

- **Transformation Rectangulaire – Polaire**

Taper 0,42 (la valeur de $\vec{I}_{XR}$) puis puis **x-y** (avec les touches 2nd et π) et puis 2,68 **(**la valeur de $\vec{I}_{YR}$); puis **R►P** avec les touches (2nd et –), cela affiche l'amplitude $\vec{I}_R$ (un petit **r** s'affiche en haut à droite de l'affichage) ; puis **x-y** (avec les touches 2nd et π) cela affiche la valeur de l'angle **φ**.
Cela donne pour notre exemple : $\vec{I}_R = (2{,}71\ ; 81{,}09)$ exprimé en coordonnée polaire
$\vec{I}_R = 2{,}71 \angle^{81\,[°]}$ soit un courant de 2,71 [A] avec un angle de 81 [°] par rapport à l'axe x.

Exercice 1 : **Conversion de composantes rectangulaires en composantes polaires**
Calculer les composantes polaires à partir des composantes rectangulaires suivantes :

$\vec{a} = (2 ; 5) =$ …………….. $\angle$ ^{o} $\vec{I}_1 = (-2 ; 4) =$ …..….. [A] $\angle$ ^{o}

$\vec{F}_1 = (-2 ;-4) =$ ……….. [N] $\angle$ ^{o} $\vec{U}_1 = (5 ; -3) =$ ……… [V] $\angle$ ^{o}

Exercice 2 : **Conversion de composantes polaires en composantes rectangulaires**

Calculer les composantes rectangulaires à partir des composantes polaires suivantes :

$\vec{a} = 25 \angle^{90\,[°]} \Rightarrow \vec{a} =$ (……… ;………) $\vec{U}_R = 68\ [V] \angle^{120\,[°]} \Rightarrow \vec{U}_R =$ (…… ;……)

$\vec{F}_2 = 48\ [N] \angle^{180\,[°]} \Rightarrow \vec{F}_2 =$ (……. ;……) $\vec{Z} = 120\ [\Omega] \angle^{270\,[°]} \Rightarrow \vec{Z} =$ (……. ;…..…)

Exercice 3 : **Addition de composantes rectangulaires**

Dans le cercle ci-dessous, **mesurer** et noter à l'échelle la valeur des composantes rectangulaires x et y des vecteurs : $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$. (Noter les valeurs en volt pour x et y)

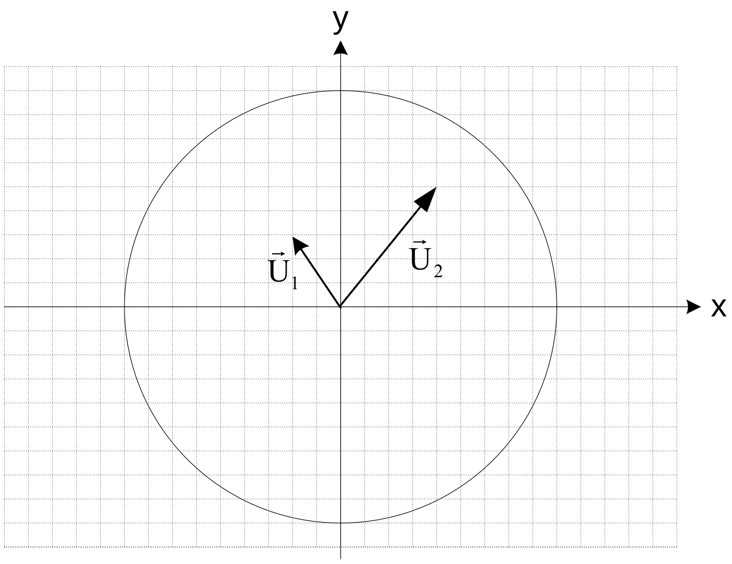
Le vecteur $\vec{U}_1$ vaut : $\vec{U}_{x1} =$ …………. et $\vec{U}_{y1} =$ ……......... donc $\vec{U}_1 =$ (;)

Le vecteur $\vec{U}_2$ vaut : $\vec{U}_{x2} =$ ………….et $\vec{U}_{y2} =$ …………. donc $\vec{U}_2 =$ (;)

Calculer les composantes x et y résultant de l'addition des vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$ que l'on nommera $\vec{U}_R$.

Le vecteur $\vec{U}_R$ vaut : $\vec{U}_{xR} =$ ……….. et $\vec{U}_{yR} =$ …............donc $\vec{U}_R =$ (;)

Additionner les vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$ graphiquement sur le dessin ci-dessous, et comparer le résultat de l'addition graphique avec celle de l'addition mathématique.



Echelle : 1 carré = 10 [V]

Mathématiques

Exercice 4 :

Mesurer les valeurs (x ; y) des 4 vecteurs ci-dessous et noter leur valeurs ci-dessous.

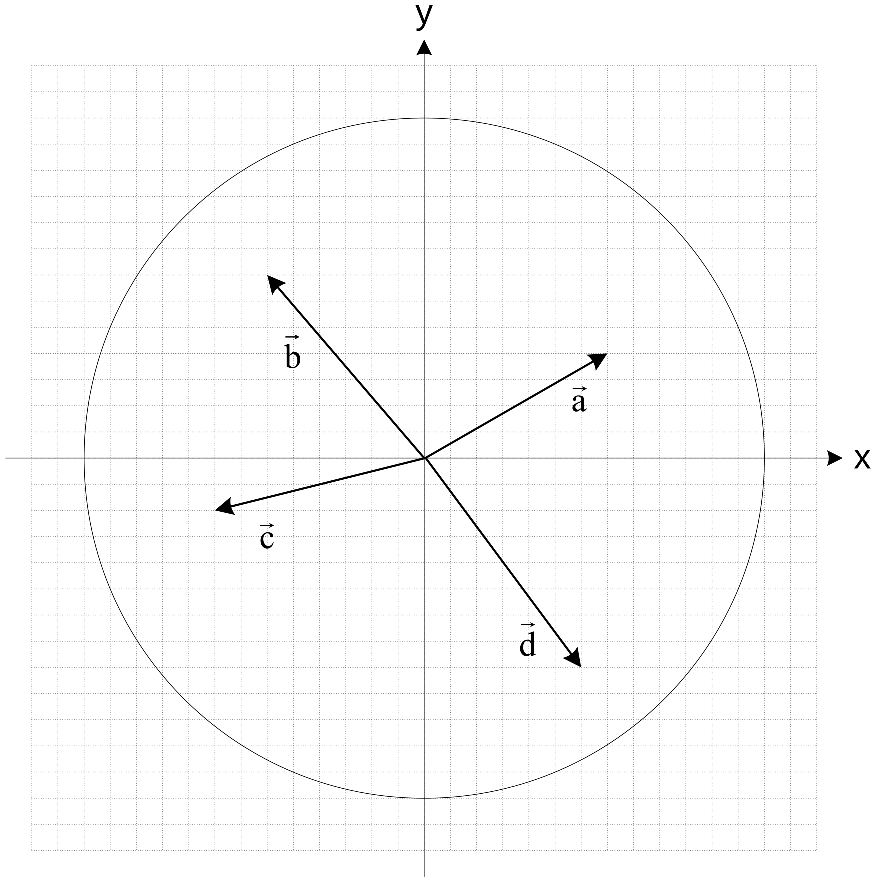
Pour $\vec{a}$: **x** =……… [mm] **y** =………[mm] Pour $\vec{b}$: **x** =………[mm] **y** =………[mm]

Pour $\vec{c}$: **x** =……… [mm] **y** =………[mm] Pour $\vec{d}$: **x** =………[mm] **y** =………[mm]

Exercice 5 : Calculer les composantes polaires (a ; φ) à partir des valeurs mesurées en [mm] à l'exercice 4 pour les 4 vecteurs ci-dessous et noter vos réponses ci-dessous.

Pour $\vec{a}$: **a** =……… [mm] **φ** = …………. [°] Pour $\vec{b}$: **a** =……… [mm] **φ** = ………….[°]

Pour $\vec{c}$: **a** =……… [mm] **φ** = …………. [°] Pour $\vec{d}$: **a** =……… [mm] **φ** = ………….[°]



Exercice 6 : Calculer les composantes rectangulaires et polaires résultant de l'addition des 4 vecteurs et noter leur valeurs ci-dessous.

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$ = (en composante rectangulaire) = (…………. ;………….)

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$ = (en composante polaire) = ………….... $\angle$ ..….°

Exercice 7 : Dessiner le vecteur calculé à l'exercice 6 sur le dessin ci-dessus.

Exercice 8 : Confirmer vos calculs avec une addition ***graphique*** des 4 vecteurs.

Exercice 9 :

Additionner les tensions suivantes et donner la réponse en composantes polaire.

$\vec{U}_1 = 25\ [V]\ \angle^{30\ [°]}$ $\vec{U}_2 = 125\ [V]\ \angle^{\frac{11}{10}\pi\,[rad]}$ $\vec{U}_3 = 85\ [V]\ \angle^{150\ [°]}$

$\vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 =$ ....[V] $\angle$ ^{o}

Notes : $U_1 + U_2 + U_3 \neq \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3$
Souvent dans l'écriture on ne marque pas la grandeur d'une flèche, mais il ne faut pas oublier qu'il s'agit de vecteurs.

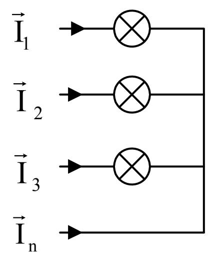
Exercice 10 :

Le résultat de mesure de courant dans un système triphasé nous donne :

$I_1 = 0{,}40\ [A]\ \angle^{0\ [°]}$

$I_2 = 0{,}60\ [A]\ \angle^{120\ [°]}$

$I_3 = 0{,}80\ [A]\ \angle^{240\ [°]}$ $\vec{I}_n = -(\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3)$



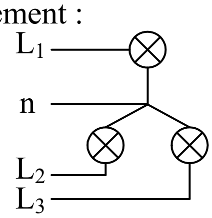
Dessiner ces trois courants à l'échelle ci-dessous et déterminer graphiquement la valeur du courant circulant dans le neutre. Confirmer votre résultat par un calcul.

Exercice 11 :

Trois ampoules à incandescence de 100 [W] $_{(L1)}$, 60 [W] $_{(L2)}$ et 40 [W] $_{(L3)}$ sont branchées sur un système triphasé 230 [V] par ampoule. Les angles sont de respectivement :
de 0,0 [°] $_{(L1)}$; 120 [°] $_{(L2)}$; et 240 [°] $_{(L3)}$.

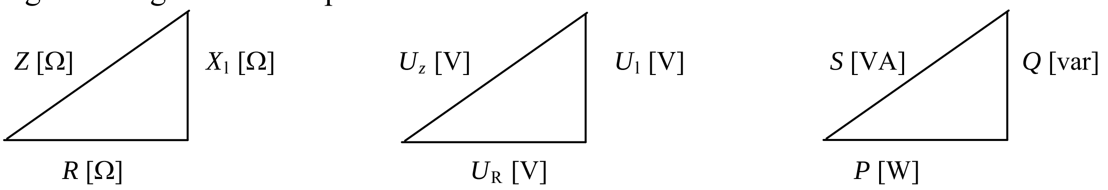
<ins>Prendre comme unité le [**mA**] avec 2 chiffres significatifs.</ins>

Calculer le courant dans le neutre (I_{Ln}).



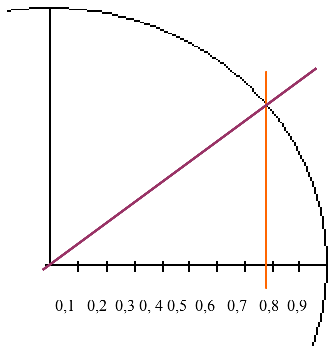
30. Résolution de problème graphiquement

En électricité alternative monophasée nous avons régulièrement à résoudre des problèmes de triangle rectangle. Par exemple dans un circuit RL série :

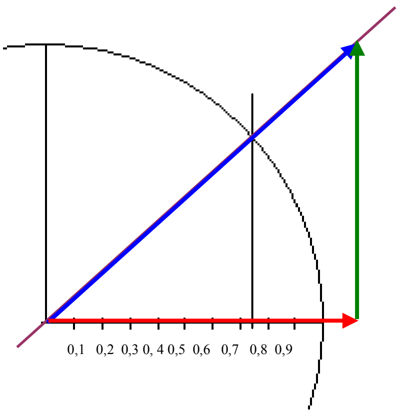


Nous pouvons résoudre ces problèmes soit par calcul soit à l'aide d'un graphique en superposant les caractéristiques du circuit électrique et le cercle trigonométrique (unitaire).

Tout exercice commence par le dessin du cercle trigonométrique (rayon de 1) dont un gradue l'axe dont on a besoin, généralement l'horizontale pour le cosinus, de 0 à 1.
Si l'on trace par exemple **un axe vertical à la valeur 0,8** jusqu'à l'intersection avec le cercle unitaire et que **l'on relie ce point à l'origine du cercle**, alors cette **droite** a un angle par rapport à l'axe horizontal dont le cosinus vaut 0,8



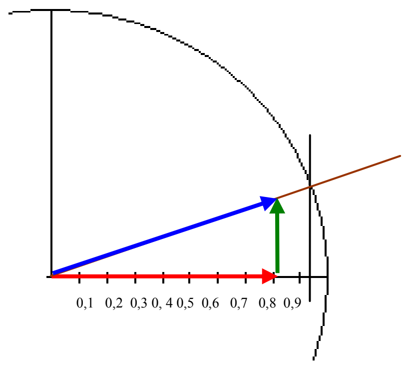
Exemple 1 : La tension d'alimentation U_z d'un circuit RL série est de 230 [V]. Le cos phi est de 0,75. Que valent les tensions U_r et U_l ?
1° tracer l'axe vertical à la valeur 0,75
2° **tracer la droite dont l'angle a comme cos 0,75**
3° **Cette droite donne la pente de U_z, superposons à cette droite le vecteur U_z = 230 [V]**
4° **tracer un vecteur vertical dont la base est sur l'axe horizontale et la flèche à l'extrémité de U_z. Ce vecteur est le vecteur U_l.**
5° **tracer un vecteur horizontal dont la base est la base du vecteur U_z et la flèche la base du vecteur U_l Ce vecteur est le vecteur U_R.**
6° mesurer U_R : 4,1 [cm] => **171** [V]
et U_l : 3,7 [cm] => **155** [V]



échelle : 1 [cm] = 41,65 [V]

Exemple 2 : Que vaut l'impédance Z et le cos phi d'un circuit série dont R = 30 [Ω] et X_l = 10 [Ω] ?

1° **tracer R sur l'axe horizontal**
2° **tracer X_l vertical au bout de R**
3° **tracer Z : 3,2 [cm] => 32 [Ω]**
4° **prolonger si nécessaire son axe jusqu'au cercle unitaire.**
5° du point de croisement abaisser une verticale sur l'axe horizontal et lire la valeur du cosinus : **0,94**

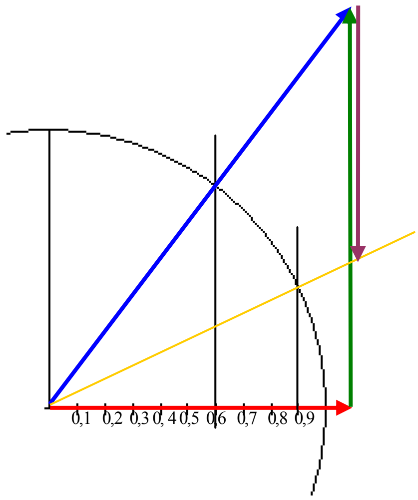


échelle : 1 [cm] = 10 [Ω]

Exemple 3 : Un moteur d'une puissance utile de 40 [kW] a un facteur de puissance (cosinus phi) de 0,6. Quelle est la quantité de puissance réactive capacitive Q_c à installer pour avoir un cosinus phi au réseau de 0,9 ?

1° Tracer ***P Q*** et ***S*** du moteur
2° **Tracer le nouvel angle pour un cos de 0,9**
3° **Tracer *Q*c :** et mesurer sa longueur
3,2 [cm] => 32 [kvar]

Note : la puissance réactive capacitive Q_c est de sens Opposé
à la puissance réactive inductive Q_l.



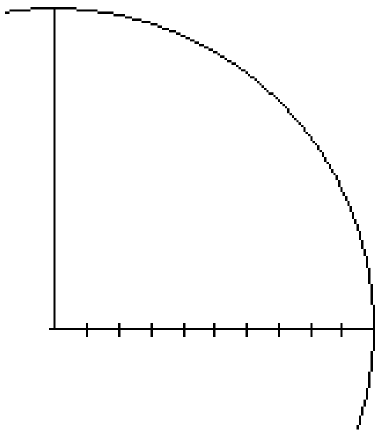
échelle : 1 [cm] = 10 [kW] / [kVA] / [kvar]

> ***Info :*** *Une démonstration "pas à pas" est disponible sur Internet à l'adresse :*
> ***www.installations-electriques.net/cours/trigo.ppt***

Exercice 1 :

La tension d'alimentation aux bornes d'un circuit RL série est de 230 [V]. La tension U_l vaut 115 [V].

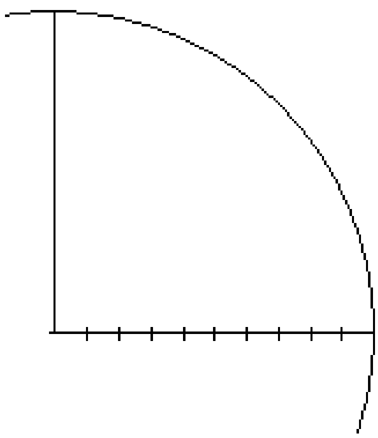
Que vaut U_r ? ……… [V]
Que vaut le cosinus phi ? ……… [-]



Exercice 2 :

Une installation utilise une puissance P de 50 [kW] avec un cosinus phi de 0,6.

Que vaut le nouveau facteur de puissance après l'enclenchement d'un groupe de chauffage de 20 [kW] ?



31 Logarithme et décibel

31.1 *Histoire des bels et décibels*

Le bel (symbole B) est utilisé dans les télécommunications, l'électronique, et l'acoustique. Inventé par des ingénieurs des laboratoires Bell pour mesurer la réduction du signal audio sur une distance d'un mile (1,609 [km] sur terre ou 1,852 [km] sur mer et dans les airs.), longueur standard d'un câble de téléphone. Il était appelé "unité de transmission" à l'origine, ou *TU* (en anglais), mais fut renommé dans les années 1920 en l'honneur du fondateur du laboratoire et pionnier des télécoms, **Alexander Graham Bell.**

31.2 *Définition*

Un BEL est le logarithme décimal (base 10) d'un rapport de puissances : $\mathrm{Bel} = \log_{10} \frac{P_1}{P_0}$

Le décibel est le dixième de Bel et sa définition est donc : $\mathrm{dB} = \log_{10} \frac{P_1}{P_0}$

31.3 *Le décibel comme unité de mesure absolue*

Le décibel est utilisé comme mesure du rapport entre deux puissances ou entre deux tensions.

Pour exprimer des gains, ou des amplifications, les dB sont positifs. Exemple : 15 [dB]
Pour exprimer des pertes ou des atténuations, les dB sont négatifs. Exemple : - 15 [dB]

31.4 *Logarithme*

Le logarithme d'un nombre est la puissance à laquelle il faut élever un autre nombre **a** (appelé base) pour obtenir le nombre donné.

La fonction logarithme $f(x) = \log_{\mathbf{a}} x$ est l'inverse de la fonction exponentielle.

Fonction exponentielle : $y = \mathbf{a}^x$
Fonction logarithme : $\log_{\mathbf{a}} y = x$ **a** représente la base.

31.5 *Logarithme décimal*

Le logarithme décimal ou $\mathbf{log_{10}}$ est le logarithme de base (**a**) dix.
Le logarithme décimal est la fonction réciproque de la fonction $f(x) = 10^x$

Pour $x > 0$, si $y = \log_{10}(x)$ alors $x = 10^y$.

Exemple : Calculer le logarithme de 1000

- Manipulation de la machine à calculer : taper 1000 puis log = la réponse est 3

Exemple : Quel est le nombre dont le logarithme vaut 3 ?

- Manipulation de la machine à calculer : taper 3 10^x (touches 2nd log) la réponse est 1000

31.6 *Rappel :*

$$\log ab = \log a + \log b \qquad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\log a^b = b \log a \qquad \log \sqrt[b]{a} = \frac{\log a}{b}$$

31.7 Construction d'une échelle logarithmique

Dans ce système de graduation, le nombre étiqueté **n** est placé à une distance log(n) de l'origine.

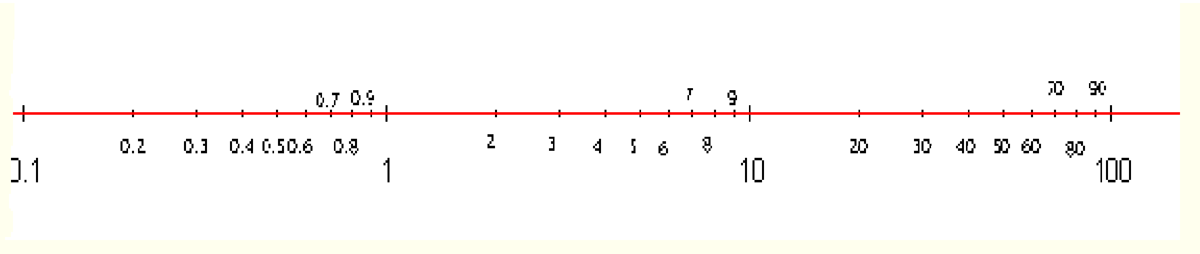
Le logarithme employé ici est le logarithme **décimal** (d'où le petit **10** placé derrière le log) $\log_{10}$

La distance qui sépare 1 de 10 est la même que celle qui sépare 10 de 100 et celle qui sépare 0,1 de 1 car log (100) – log (10) = log (10) – log (1) = log (1) – log (0,1).

Chacun de ces intervalles s'appelle un **module**.

La distance qui sépare 1 de 2 est égale à celle qui sépare 10 de 20 mais est supérieure à celle qui sépare 2 de 3 car log (2) – log (1) = log (20) – log (10) > log (3) – log (2).

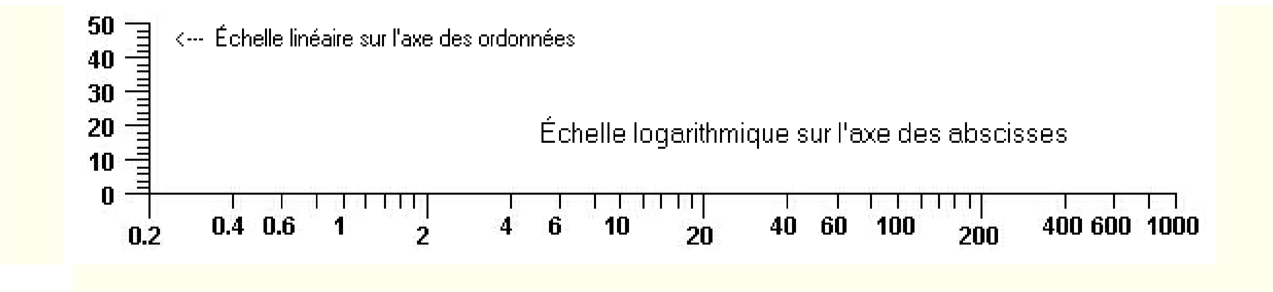
Cela induit une sorte d'irrégularité récurrente dans les graduations.



31.8 Echelle logarithmique

C'est une alternative à l'échelle linéaire. Lorsqu'on étudie un phénomène utilisant une gamme étendue de valeurs, l'échelle linéaire est mal adaptée, on lui préfère une échelle logarithmique qui espace les valeurs faibles et rapproche les valeurs fortes.

***Comparaison d'une échelle linéaire et d'une échelle logarithmique*.**



Le schéma ci-dessus permet de visualiser les deux types d'échelles :

Pour l'échelle linéaire, deux graduations dont **la différence vaut 10** sont à distance constante.

Pour l'échelle logarithmique, deux graduations **dont le rapport vaut 10** sont à distance constante.

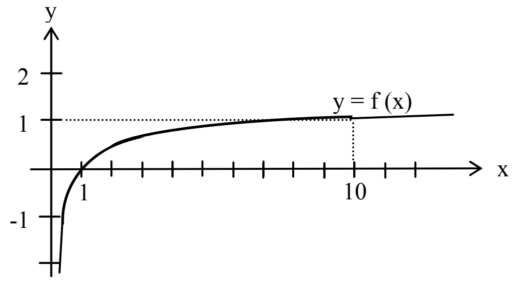
31.9 Représentation graphique des logarithmes

Le calcul avec les logarithmes permet de couvrir une grande plage de valeurs et de les représenter facilement sur des systèmes d'axes. Il est possible d'obtenir des courbes qui donnent une image graphique des calculs successifs.

L'image graphique résultante est appelée fonction :

y = f (x) et se dit y est fonction de x

Si x = 1 alors y = 0
Si x = 0 alors y --> -∞
(toujours plus proche de zéro, plus (petit)
Il est admis que x = 0 n'a pas d'image logarithmique, n'existe pas.



Source sur les logarithmes : Wikipédia et doc AQ5 de M Y. Siggen

32 Utilisation des décibels

Les gains s'expriment en [dB], on utilise la lettre **G** pour le gain, la lettre $_P$ pour indiquer qu'il s'agit d'une puissance et la lettre $_U$ pour indiquer une tension.

$\mathbf{G_P}$ = gain en puissance $\mathbf{G_U}$ = gain en tension

On utilisera **10** · log de ….. pour le calcul du gain en tension
On utilisera **20** · log de ….. pour le calcul du gain en puissance

Attention, une valeur négative exprime une atténuation entre l'entrée et la sortie.

33 Gain en puissance

Pour exprimer le gain en puissance $\mathbf{G_P}$ d'un amplificateur, il faut diviser la puissance de sortie par celle d'entrée.

Cela nous donne le gain en puissance (sans unité) de l'amplificateur.

Pour exprimer le gain en puissance d'un amplificateur en **dB**, nous devons faire le logarithme de ce rapport et multiplier le résultat par 10.

33.1 Formule du Gain en puissance : G_P

$\mathbf{G_P} = 10 \cdot \log \frac{P_S}{P_e}$ [dB] $\mathbf{P_s}$ = Puissance de sortie. $\mathbf{P_e}$ = Puissance d'entrée.

Exemple :

Calculer le gain d'un amplificateur d'une puissance d'entrée de 1 [W] et d'une puissance de sortie de 100 [W].

Gain de l'ampli : $G_P = \frac{P_S}{P_e} = \frac{100}{1} = 100$, exprimé en dB : $G_P = 10 \cdot \log 100 = 20$ [dB]

34 Gain en tension

Pour exprimer le gain en tension **G_U** d'un amplificateur, il faut diviser la tension de sortie par celle d'entrée.

Cela nous donne le gain en tension (sans unité) de l'amplificateur.

Pour exprimer le gain en tension d'un amplificateur en **dB**, nous devons faire le logarithme de ce rapport et multiplier le résultat par 20.

34.1 Formule du Gain en tension : G_U

$\mathbf{G_U} = 20 \cdot \log \frac{U_s}{U_e}$ [dB]	$\mathbf{U_s}$ = Tension de sortie.	$\mathbf{U_e}$ = Tension d'entrée.

Exemple :

Calculer le gain d'un amplificateur ayant une tension d'entrée de 1 [µV] et une tension de sortie de 1 [mV].

Gain de l'ampli : $G_U = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} = 1000$, exprimé en dB : $G_U = 20 \cdot \log 1000 = 60$ [dB]

34.2 Amplificateurs montés en cascade

Si plusieurs amplificateurs se trouvent en cascade (en série), pour connaître le gain total en puissance ou en tension, il suffit **d'additionner** le gain de chaque amplificateur. (si ceux-ci sont **exprimés en dB**).

Les gains en tension ou en puissance **s'additionnent** s'ils sont exprimés en [dB]

Exemple 1 :

Calculer le gain en puissance total de 4 amplificateurs montés en séries. Le gain de chaque amplificateur est le suivant :

$\mathbf{G_{P1}}$ = 20 [dB] ; $\mathbf{G_{P2}}$ = 10 [dB] ; $\mathbf{G_{P3}}$ = 15 [dB] ; $\mathbf{G_{P4}}$ = 25 [dB]

Gain total : 20 + 10 + 15 + 25 = 70 [dB]

Exemple 2 :

Calculer le gain en tension total de 4 amplificateurs montés en séries. Le gain de chaque amplificateur est le suivant :

$\mathbf{G_{U1}}$ = 65 [dB] ; $\mathbf{G_{U2}}$ = 55 [dB] ; $\mathbf{G_{U3}}$ = 35 [dB] ; $\mathbf{G_{U4}}$ = 45 [dB]

Gain total : 65 + 55 + 35 + 45 = 200 [dB]

35 Les niveaux

Lors du dimensionnement d'une distribution de téléréseau, nous avons besoin de connaître le niveau en tension de sortie de l'amplificateur.
Pour cela, nous allons exprimer la tension mesurée à la sortie (ou à l'entrée) de l'amplificateur par rapport à une **référence**.
Dans notre cas, nous allons utiliser le microvolt [µV] comme référence.

36 Les niveaux en tension

Les niveaux en tension s'expriment en [$dB_{\mu V}$], tension de référence 1 [µV]

On utilise la lettre **N** pour indiquer qu'il s'agit d'un niveau et la lettre **u** pour indiquer une tension. $\mathbf{N_U} \Rightarrow$ niveau en tension

36.1 Formule :

$$N_u = 20 \log \frac{U_{mesurée}}{U_{réf}} \ [dB_{\mu V}]$$

Exemple :

Exprimer en [$dB_{\mu V}$] la tension de 10 [mV] mesurée à la sortie d'un amplificateur d'antenne.

$$N_U = 20 \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} = 20 \log 10\,000 = 80 \ [dB_{\mu V}]$$

Le niveau de sortie de cet amplificateur est de 80 [$dB_{\mu V}$]

37 Les niveaux en puissance

Les niveaux en puissance s'expriment en [dB_m], puissance de référence 1 [mW]

On utilise la lettre **N** pour indiquer qu'il s'agit d'un niveau et la lettre **p** pour indiquer une puissance. $\mathbf{N_P} \Rightarrow$ niveau en puissance

37.1 Formule :

$$N_P = 10 \cdot \log \frac{P_{mesurée}}{P_{réf}} \ [dB_m]$$

x

Exemple :

Exprimer en [dB_m] une puissance de 10 [mW] mesurée à la sortie d'un amplificateur.

$$N_P = 10 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 10 \cdot \log 10 = 10 \cdot 1 = 10 \ [dB_m]$$

Les niveaux s'expriment donc en **[dB…]**, on indique (à la place des 3 petits points la référence utilisée), dans notre cas :

37.2 Le [$dB_{\mu V}$] indique une tension de référence de 1 microvolt

0 [$dB_{\mu V}$] = 1 [µV]

37.3 Le [dBm] indique **une puissance de référence de 1 milliwatt.**

0 [dB_m] = 1 [mW]

Il existe d'autres valeurs prisent comme référence pour exprimer des niveaux, ils ne sont pas étudié dans ce cours.
Attention :

Une valeur négative exprime une valeur inférieure à la valeur de référence.

Exemple :

Exprimer le niveau en [dB_m] d'une puissance de 0,01 [mW].

$$N_P = 10 \cdot \log \frac{0{,}01 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 10 \cdot \log 0{,}01 = 10 \cdot (-2) = -20\ [dB_m]$$

38 Différence de niveaux

Pour calculer le gain en [dB] d'un amplificateur en tension ou en puissance, il suffit de soustraire son niveau d'entrée à celui de sortie.

38.1 Formule du gain en [dB]

$G_U = N_{Us} - N_{Ue}$ [dB]

Le **s** de N_{Us} veut dire sortie et le **e** de N_{Ue} veut dire entrée.

Exemple : Calculer le gain d'un amplificateur dont le niveau d'entrée vaut 20 [$dB_{\mu V}$] et celui de sortie 80 [$dB_{\mu V}$].

$G_U = N_{Us} - N_{Ue}$ = 80 [$dB_{\mu V}$] - 20 [$dB_{\mu V}$] = 60 [dB] Le gain de cet amplificateur vaut : 60 [dB]

Une valeur **négative** exprime une **atténuation** et non pas une amplification.

Exemple :

Calculer le gain d'un amplificateur dont le niveau d'entrée vaut 60 [$dB_{\mu V}$] et celui de sortie 50 [$dB_{\mu V}$].

$G_U = N_{Us} - N_{Ue}$ = 50 [$dB_{\mu V}$] - 60 [$dB_{\mu V}$] = -10 [dB], il s'agit d'une atténuation.

Exercice 1 :

Calculer le gain de cet amplificateur en [dB] pour toutes les valeurs suivantes :

$P_1 = 1$ [W] $\quad P_2 = 2$ [W]

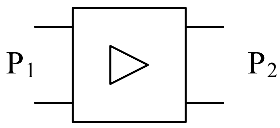
$P_1 = 1$ [W] $\quad P_2 = 10$ [W]

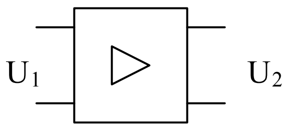
$P_1 = 1$ [W] $\quad P_2 = 100$ [W]

$U_1 = 1$ [V] $\quad U_2 = 2$ [V]

$U_1 = 1$ [V] $\quad U_2 = 10$ [V]

$U_1 = 1$ [V] $\quad U_2 = 100$ [V]





Que constatez-vous ?

Exercice 2 :

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie d'un amplificateur en [dB_m], ainsi que son gain en [dB].
$P_1 = 0{,}1$ [W] $\quad P_2 = 10$ [W]

Exercice 3 :

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie d'un amplificateur en [$dB_{\mu V}$], ainsi que son gain en [dB].
$U_1 = 0{,}1$ [V] $\quad U_2 = 10$ [V]

Exercice 4 :

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie d'un amplificateur en [dB_m] et en [$dB_{\mu V}$].
Ainsi que son gain en tension et en puissance en [dB].
$P_1 = 0{,}1$ [W] $\quad P_2 = 10$ [W] $\quad Z_1 = 1$ [kΩ] $\quad Z_2 = 1$ [kΩ]

Exercice 5 :

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie d'un amplificateur en [dB_m] et en [$dB_{\mu V}$].
Ainsi que son gain en tension et en puissance en [dB].

$P_1 = 0{,}1$ [W] $\quad P_2 = 10$ [W] $\quad Z_1 = 1$ [kΩ] $\quad Z_2 = 8$ [Ω]

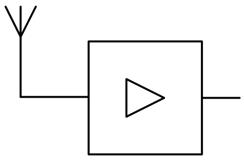
Que constatez-vous en comparant les exercices 4 et 5 ?

Exercice 6 :

Calculer la puissance d'un laser dont le niveau de sortie vaut 14 [dB_m].

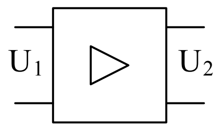
Exercice 7 :

On mesure une tension de 1500 [µV] à la sortie de cet amplificateur, calculer son niveau à l'entrée en [$dB_{\mu V}$] et en [dbm] sachant que le gain de l'amplificateur est de 20 [dB].



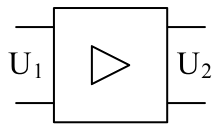
Exercice 8 :

Calculer le niveau d'entée de cet amplificateur en [$dB_{\mu V}$]. G = 100 [dB] U_2 = 1 [V]



Exercice 9 :

Calculer la tension d'entrée d'un amplificateur. G = 18 [dB] U_2 = 1 [µV]



<u>Notes personnelles :</u>