Mathématiques pour apprenti(e)s du domaine de l'électricité

Corrigé

Du cours de mathématiques référence CADEV n° 11509

Image source : http://www. planete-sciences.org

Serge Braillard EPSIC 2014

Table des matières

1 **Rappel** ... 2
2 **Hiérarchie des opérations** ... 3
3 **Chiffres significatifs** ... 3
4 **Nombres arrondis** ... 4
5 **Notation en puissances de dix** ... 5
6 **Calculs avec les puissances de dix** ... 5
7 **Manipulation de la machine à calculer** ... 8
8 **Les symboles d'unité et de grandeur** ... 11
9 **Système international d'unité S.I.** ... 12
10 **Notation avec préfixes** ... 14
11 **Importance de la notation** ... 15
12 **Unités avec préfixe ⇔ sans préfixe** ... 16
13 **Unités de surface avec préfixe ⇔ sans préfixe** ... 19
14 **Unités de volume avec préfixe ⇔ sans préfixe** ... 20
15 **Unités de volume et de capacité** ... 21
16 **Système sexagésimal** ... 22
17 **Notation en % et en ‰** ... 26
18 **Les fractions** ... 28
19 **Principes d'équivalence** ... 31
20 **Transformation de formules** ... 33
21 **Pythagore** ... 36
22 **Trigonométrie** ... 37
23 **Calculs de surface** ... 42
24 **Calculs de volume** ... 44
25 **Les fonctions** ... 45
26 **Lecture de graphique** ... 45
27 **Le radian** ... 50
28 **Les vecteurs** ... 52
29 **Polaire – Rectangulaire côté théorique** ... 55
30 **Polaire – Rectangulaire côté pratique** ... 57
31 **Résolution de problème graphiquement** ... 62
32 **Logarithme** ... 64
33 **Le bel et les décibels** ... 65
34 **Les niveaux** ... 66
35 **Les niveaux en puissance** ... 66
36 **Amplification et gain en puissance** ... 67
37 **Les niveaux en tension** ... 70
38 **Amplification et gain en tension** ... 71
39 **Les niveaux en intensité acoustique** ... 74

➢ Ce symbole dans les pages de ce cours indique qu'il y a une explication sur la manipulation de la machine à calculer modèle **TEXAS INSTRUMENT TI-30 ECO RS**

Dans le texte, les groupes de caractères en blanc sur noir 1/x , noir sur jaune 2nd ou jaune sur noir x-y représentent chacun une touche de la machine à calculer.

Les pages de ce cours sont inspirées de : Borgeaud - Althaus 1994, Denis Schneider 2005, Claude Rosset 2000, Yvan Siggen 2000, Patrick Olivier 2000 et du site Wikipédia. Remerciements à tous les collègues pour leur relecture.

Adresse pour signaler des erreurs ou suggérer des améliorations : braillards@epsic.educanet2.ch

1 Rappel

L'inverse d'un nombre a non nul est le nombre qui multiplié par a donne 1

Cet inverse est $\frac{1}{a}$ ou a^{-1}, en effet : $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

Exemple : l'inverse de 2 vaut : $\frac{1}{2} = 0{,}5$ car $0{,}5 \cdot 2 = 1$

L'opposé d'un nombre a est le nombre qui additionné à a donne 0

Cet opposé est **-a**, en effet a + (-a) = 0

Exemple : l'opposé de 2 vaut -2 car : 2 + (-2) = 0

Addition et soustraction

6 + 2 = 8   6 - 2 = 4   6 - (-2) = 6 + 2 = 8   (-6) - (-2) = -6 + 2 = -4

Multiplication et division

+	+	⇒	+	$6 \cdot 2 = 12$	$\frac{6}{2} = 3$
+	–	⇒	–	$6 \cdot (-2) = -12$	$\frac{6}{-2} = -3$
–	+	⇒	–	$(-6) \cdot 2 = -12$	$\frac{-6}{2} = -3$
–	–	⇒	+	$(-6) \cdot (-2) = 12$	$\frac{-6}{-2} = 3$

Le carré d'un nombre

Élever un nombre au carré, c'est le multiplier par lui-même

Exemple : $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ ou $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

Quand on élève un nombre au carré, il faut également élever son unité au carré

Exemple : $(5\text{ cm})^2 = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 25\text{ cm}^2$

Le cube d'un nombre

Élever un nombre au cube, c'est le multiplier 3 fois par lui-même

Exemple : $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

Quand on élève un nombre au cube, il faut également élever son unité au cube

Exemple : $(5\text{ cm})^3 = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 125\text{ cm}^3$

Exercices

Calculer les nombres suivants

$5^2 =$ **25** $-5^2 =$ **-25** $(-5)^2 =$ **25**   **-** $(-5)^2 =$ **-25**

$5^3 =$ **125**   **-5^3** = **-125** $(-5)^3 =$ **-125**   **-** $(-5)^3 =$ **125**

2 Hiérarchie des opérations

S'il n'y a pas de signes de groupement tels que ( ), [ ], { }, les opérations doivent être calculées selon la hiérarchie suivante

- En premier : log **x**, ln **x**, sin **x**, cos **x,** etc.
- En $2^{ème}$: Puissances et racines
- En $3^{ème}$: Multiplications et divisions
- En dernier : Additions et soustractions

○ Effectuer en priorité selon la même hiérarchie les opérations qui se trouvent

- A l'intérieur des parenthèses : $(3 + 2)^2 \cdot 4 = (5)^2 \cdot 4 = 25 \cdot 4 = 100$
- Au numérateur ou au dénominateur d'une fraction : $\frac{25+3}{4-2} - 6 = \frac{28}{2} - 6 = 14 - 6 = 8$
- Sous un symbole de racine : $2 \cdot \sqrt{3^2+7} = 2 \cdot \sqrt{9+7} = 2 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8$

Exercice 1
Effectuer les calculs suivants

(-7) + (-3) = **-10**	3 + (-44) = **-41**
5 + 4 · 2 = **13**	(-4) - (-5) + 3 - 2 = **2**
(-6) – (-9) = **3**	(-5) + (-4) + (-2) - (-3) = **-8**
(-21) + (-6) - 32 - (-5) = **-54**	(-4) + 11 = **7**
(9-7) - (2-8) = **8**	(12-7) - (3 + (4 - 1)) = **-1**
16 - (2 - (-3) + 4) = **7**	141 - (2 - (3- 1)) = **141**
3 + (5-8) - ((3 + 4) - (2 + 5)) = **0**	4 · (-2) = **-8**
(2) · (-5) · (-4) = **40**	150 ÷ ((-5) · (3)) = **-10**

3 Chiffres significatifs

Lorsqu'on lit un nombre de gauche à droite, le **1^{er} chiffre significatif** est le 1^{er} chiffre **différent de 0**. Tous les chiffres suivants, **y compris 0** sont des chiffres significatifs.

Exemple : **1,8549607** ⇒ le **1** est le 1^{er} chiffre significatif de ce nombre à **8** chiffres

0,0**5362** ⇒ le **5** est le 1^{er} chiffre significatif de ce nombre à **4** chiffres significatifs

Exercice 1
Souligner le $3^{ème}$ chiffre significatif des valeurs suivantes

5,8<u>**4**</u>6   7 4<u>**6**</u>5   10<u>**0**</u> 050 000   0,000 64<u>**1**</u>   3,0<u>**0**</u>3 44

Exercice 2
Indiquer le nombre de chiffres significatifs dans les valeurs suivantes

0,005 **Un**   0,400 5 **Quatre**   6 675 · 10^3 **Quatre**   760 000 **Six**   0,800 **Trois**

4 Nombres arrondis

Lorsque le chiffre qui suit le dernier que l'on veut utiliser est 0, 1, 2, 3 ou 4, il faut arrondir sans forcer le chiffre précédent.

Exemple : *arrondir le 3ème chiffre du nombre 7,1425*

Le 3ème chiffre est le **4**, le 2 ne force pas le 4, donc : 7,1**4**25 ≅7,1**4**
Lorsque le chiffre qui suit le dernier que l'on veut utiliser est 5, 6, 7, 8 ou 9, il faut arrondir en forçant le chiffre précédent.

Exemple : *arrondir le 3ème chiffre du nombre 4,2689*

Le 3ème chiffre est le **6**, le 8 force le 6 à 7, donc : 4,2**6**89 ≅ 4,2**7**

4.1 Arrondir

Pour arrondir une réponse, on ne garde que ***n*** chiffre significatif où que soit la virgule, il faut donc supprimer les chiffres suivants en appliquant la règle des arrondis.

Exemple : arrondir à 3 chiffres significatifs les nombres suivants

0,1256 ≅ 0,126 1,12865 ≅1,13 25,489 ≅ 25,5

Exercice 1
Arrondir les nombres suivants à 4 chiffres significatifs
4,56785 ≅ **4,568** 0,000125754 ≅ **0,0001258** 4269,98 ≅ **4270**

Exercice 2
Arrondir les nombres suivants à 2 chiffres significatifs
2,99 ≅ **3,0** 0,0004569 ≅ **0,00046** 16,3 ≅ **16**

4.2 Utilisation des chiffres significatifs

La réponse d'un problème ne doit pas contenir plus de chiffres significatifs que la donnée qui en contient le moins. Si nécessaire arrondir la réponse finale.
Cette règle n'est pas toujours appliquée

Exemple : calculer l'aire d'une piscine de 10,25 m sur 3,9 m
Aire = longueur · largeur = 10,25 · 3,9 = 39,975 m^2

La donnée qui contient le moins de chiffres significatifs est la largeur avec 2 chiffres significatifs, donc la réponse finale doit être arrondie à 2 chiffres significatifs.
Réponse : **40 m^2**

Attention

Le nombre de chiffres significatifs ne s'applique qu'aux grandeurs mesurées

Infos : *Le ≅ indique une valeur approximative*
Le = indique une valeur exacte

5 Notation en puissances de dix

Le nombre 2531 peut se décomposer de la manière suivante

$2000 + 500 + 30 + 1 \Leftrightarrow 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 2{,}531 \cdot 10^3$

Cette notation est utilisée pour écrire des nombres très grands ou très petits

Dans un nombre avec des puissances de 10, par exemple $2{,}531 \cdot 10^3$ on appelle

$2{,}531 \cdot 10^3$

la mantisse **la base** **l'exposant**

5.1 *Notation scientifique*

La mantisse n'a qu'un seul chiffre différent de **zéro** devant la virgule

Exemple : $7\,400\,000 = 7{,}4 \cdot 10^6$

- Manipulation de la machine à calculer : Taper le nombre 7 400 000 puis SCI (2nd et 5)

5.2 *Notation ingénieur ou technique*

La notation ingénieur est utilisée pour permettre un usage lié aux préfixes du système international d'unités SI

Il faut utiliser comme exposant de 10 un multiple ou un sous-multiple entier de **3** avec une mantisse comprise entre **1** et **999** devant la virgule

Exemple : $840\,000 = 840 \cdot 10^3$

- Manipulation de la machine à calculer : Taper le nombre 840 000 puis ENG (2nd et 6)

Exercice 1

Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple

Notation décimale	Notation scientifique	Notation ingénieur
87 000	$8{,}7 \cdot 10^4$	$87 \cdot 10^3$
3 080 000 000	$\mathbf{3{,}08 \cdot 10^9}$	$\mathbf{3{,}08 \cdot 10^9}$
787	$7{,}87 \cdot 10^2$	$\mathbf{787 \cdot 10^0}$

Même exercice, mais donner la réponse avec 3 chiffres significatifs

500 000	$\mathbf{5{,}00 \cdot 10^5}$	$\mathbf{500 \cdot 10^3}$
0,000 015 27	$\mathbf{1{,}53 \cdot 10^{-5}}$	$\mathbf{15{,}3 \cdot 10^{-6}}$
6 000 000	$\mathbf{6{,}00 \cdot 10^6}$	$\mathbf{6{,}00 \cdot 10^6}$

6 Calculs avec les puissances de dix

6.1 Multiplication

Pour multiplier des nombres notés avec des puissances de dix, il faut multiplier les mantisses entres elles et additionner algébriquement leur exposant

Exemple : $(a \cdot 10^x) \cdot (b \cdot 10^y) = a \cdot b \cdot 10^{x+y} \Rightarrow (5 \cdot 10^2) \cdot (3 \cdot 10^4) = 5 \cdot 3 \cdot 10^{2+4} = 15 \cdot 10^6$

$(3 \cdot 10^2) \cdot (6 \cdot 10^{-4}) = 3 \cdot 6 \cdot 10^{2+(-4)} = 18 \cdot 10^{-2}$

6.2 Division

Pour diviser deux nombres notés avec des puissances de dix, il faut diviser les mantisses et soustraire algébriquement leur exposant

Exemple : $\frac{a \cdot 10^x}{b \cdot 10^y} = \frac{a}{b} \cdot 10^{x-y} \Rightarrow \frac{4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^3} = \frac{4}{2} \cdot 10^{5-3} = 2 \cdot 10^2$

6.3 Addition et soustraction

Pour additionner ou soustraire des nombres notés avec des puissances de dix, il faut qu'ils aient les mêmes exposants
Puis, additionner ou soustraire les mantisses en gardant la base et son exposant

Exemple : $a \cdot 10^x + b \cdot 10^x = (a+b) \cdot 10^x \quad \Rightarrow \quad 9 \cdot 10^2 + 45 \cdot 10^2 = (9+45) \cdot 10^2 = 54 \cdot 10^2$

Si les exposants ne sont pas identiques, avant de faire l'addition, modifier le(s) nombre(s) pour qu'ils aient tous le même exposant

Exemple : $a \cdot 10^x + b \cdot 10^y$ $\Rightarrow$ $33 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^{-2}$

Changer le nombre $33 \cdot 10^1$ $\Rightarrow$ $33 \cdot 10^1$ qui devient : $33000 \cdot 10^{-2}$
puis effectuer l'addition $\Rightarrow$ $33000 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-2} = 33009 \cdot 10^{-2}$

ou

Changer le nombre $9 \cdot 10^{-2}$ $\Rightarrow$ $9 \cdot 10^{-2}$ qui devient : $0{,}009 \cdot 10^1$
puis effectuer l'addition $\Rightarrow$ $33 \cdot 10^1 + 0{,}009 \cdot 10^1 = 33{,}009 \cdot 10^1$

Cela revient au même car $\Rightarrow$ $33009 \cdot 10^{-2} = 33{,}009 \cdot 10^1$

6.4 Exponentiation

Pour élever à une puissance n un nombre noté avec une puissance de dix, il faut élever la mantisse à la puissance n et multiplier l'exposant par n

Exemple : $(a \cdot 10^x)^n = a^n \cdot 10^{x \cdot n} \quad \Rightarrow \quad (2 \cdot 10^3)^2 = 2^2 \cdot 10^{(3 \cdot 2)} = 4 \cdot 10^6$

6.5 Extraction de racine

Pour extraire la racine n d'un nombre noté avec une puissance de dix, il faut extraire la racine n de la mantisse et diviser l'exposant par n

Exemple : $\sqrt[n]{a \cdot 10^x} = \sqrt[n]{a} \cdot 10^{\frac{x}{n}} \Rightarrow \sqrt[2]{4 \cdot 10^6} = \sqrt[2]{4} \cdot 10^{\frac{6}{2}} = 2 \cdot 10^3$; $\sqrt[2]{4 \cdot 10^5} = \sqrt[2]{4} \cdot 10^{\frac{5}{2}}$

Mathématiques

Exercice 1

Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle

$300 \cdot 2000 =$	$3{\cdot}10^2 \cdot 2{\cdot}10^3 =$	$3 \cdot 2{\cdot}10^{2+3} =$	$6 \cdot 10^5$
$72000 \cdot 0{,}003 =$	$\mathbf{7{,}2{\cdot}10^4 \cdot 3{\cdot}10^{-3} =}$	$\mathbf{7{,}2 \cdot 3 \cdot 10^{4+(-3)} =}$	$\mathbf{21{,}6 \cdot 10^1}$
$0{,}0004 \cdot 0{,}0008 =$	$\mathbf{4{\cdot}10^{-4} \cdot 8{\cdot}10^{-4} =}$	$\mathbf{32 \cdot 10^{(-4)+(-4)} =}$	$\mathbf{32 \cdot 10^{-8}}$

Exercice 2

Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle

$\frac{3 \cdot 10^{2}}{2 \cdot 10^{3}} =$	$\frac{3}{2} \cdot 10^{2-3} =$	$1{,}5 \cdot 10^{-1}$
$\frac{34 \cdot 10^{5}}{17 \cdot 10^{3}} =$	$\mathbf{\frac{34}{17} \cdot 10^{5-3} =}$	$\mathbf{2 \cdot 10^2}$
$\frac{24 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot 10^{-2}} =$	$\mathbf{\frac{24}{16} \cdot 10^{-4-(-2)} =}$	$\mathbf{1{,}5 \cdot 10^{-2}}$

Exercice 3

Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle

$33 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^{-2} =$	$33000 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-2} =$	$33009 \cdot 10^{-2}$
$22 \cdot 10^2 + 25 \cdot 10^3 =$	$\mathbf{2{,}2 \cdot 10^3 + 25 \cdot 10^3 =}$	$\mathbf{27{,}2 \cdot 10^3}$
$1{,}8 \cdot 10^2 + 25 \cdot 10^3 =$	$\mathbf{0{,}18 \cdot 10^3 + 25 \cdot 10^3 =}$	$\mathbf{25{,}18 \cdot 10^3}$

Exercice 4

Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle

$\left(2 \cdot 10^{3}\right)^{3} =$	$2^{3} \cdot 10^{3 \cdot 3}$	$8 \cdot 10^{9}$
$\left(4 \cdot 10^{-1}\right)^{2} =$	$\mathbf{4^{2} \cdot 10^{-1 \cdot 2}}$	$\mathbf{16 \cdot 10^{-2}}$
$\left(2 \cdot 10^{-3}\right)^{-4} =$	$\mathbf{2^{-4} \cdot 10^{(-3) \cdot (-4)}}$	$\mathbf{0{,}0625 \cdot 10^{12}}$

Exercice 5

Effectuer les calculs ci-dessous selon le modèle

$\sqrt[2]{9 \cdot 10^{6}} =$	$\sqrt[2]{9} \cdot 10^{\frac{6}{2}} =$	$3 \cdot 10^{3}$
$\sqrt[3]{8 \cdot 10^{-9}} =$	$\mathbf{\sqrt[3]{8} \cdot 10^{\frac{-9}{3}} =}$	$\mathbf{2 \cdot 10^{-3}}$
$\sqrt[3]{27 \cdot 10^{18}} =$	$\mathbf{\sqrt[3]{27} \cdot 10^{\frac{18}{3}} =}$	$\mathbf{3 \cdot 10^{6}}$

Exercice 6

Compléter les puissances de dix

8 700 000 = 0,87 · $10^{\mathbf{7}}$

0,000 000 000 087 541 = 875,41 · $10^{\mathbf{-13}}$

9 500 000 = 950 · $10^{\mathbf{4}}$

6285, 1254 = 628512,54 · 10^{-2}

0,00524 = 52,4 · $10^{\mathbf{-4}}$

9 587 510 574 = 9,587510574 · $10^{\mathbf{9}}$

0,6587 = 65,87 · $10^{\mathbf{-2}}$

0,6587 = 6,587 · $10^{\mathbf{-1}}$

7 Manipulation de la machine à calculer

Pour écrire à la machine à calculer $2 \cdot 10^5$, il faut utiliser la touche EE

Taper 2 puis EE puis 5 puis = ce qui donne 200 000

La fonction EE inclus la base 10, **ne pas taper** le nombre 10 à la machine

7.1 Racine

$\sqrt{25}$: taper à la machine 25 puis $\sqrt{x}$, la réponse de la racine carrée de 25 est 5

$\sqrt[3]{125}$: taper à la machine 125 puis $\sqrt[x]{y}$ (avec les touches 2nd puis y^x) puis 3 puis =
la réponse de la racine cubique de 125 est 5

7.2 Puissance

5^6 : taper à la machine 5 puis y^x puis 6 puis =, la réponse de 5 à la puissance 6 est 15625
Constater qu'il faut d'abord taper la valeur de la base **y** (**5** dans cet exemple) et entrer ensuite l'exposant **x** (**6** dans cet exemple)

Elever à la puissance de l'inverse d'un nombre revient à extraire une racine

Exemple : $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{25}$ $\qquad 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}$

7.3 Mise en mémoire

Pour des calculs compliqués, il faut parfois mettre des valeurs en mémoires dans la machine
Signification des abréviations : **STO** →stock →charger **RCL** → recall → rappeler

La valeur affichée dans la machine **est** la valeur qui va se mettre en mémoire en appuyant la touche STO puis le chiffre 1 pour mettre la valeur dans la mémoire n° 1

Il y a 3 mémoires : STO 1 – STO 2 – STO 3
Exemple : mettre le nombre 251 dans la mémoire No 2

Taper 251 puis STO puis 2, un **M2** s'affiche en haut à gauche de l'affichage et confirme ainsi que la valeur est inscrite dans la mémoire n° 2 de la machine à calculer

Pour rappeler cette valeur inscrite dans la mémoire n° 2, appuyer RCL puis 2, la valeur mémorisée s'affiche : 251

Attention : l'utilisation de la touche CE/C efface uniquement la valeur de l'affichage, mais l'utilisation de la touche ON/AC efface en plus les valeurs misent en mémoires

7.4 Inverse d'un nombre

Pour calculer l'inverse d'un nombre, utiliser la touche 1/x

Exemple : l'inverse de 10 = $\frac{1}{10}$ ou 10^{-1} et vaut 0,1 ⇒ taper 10 puis 1/x ce qui donne 0,1

Attention : en trigonométrie, COS^{-1} sur une machine ne correspond pas à $\frac{1}{\cos}$, mais à arccos COS^{-1} **est** la fonction réciproque du cosinus

Ceci est aussi valable pour les autres fonctions trigonométriques : TAN^{-1} et SIN^{-1}

Mathématiques

Exercice 1

Effectuer les calculs ci-dessous avec la machine à calculer

$5 + 2^2 \cdot 22 =$ **93**

$5 + \sqrt{36} \cdot 22 =$ **137**

$\sqrt[3]{125} =$ **5**

$125^3 =$ **1 953 125**

$\sqrt[6]{15625} =$ **5**

$25^6 =$ **244 140 625**

$\frac{4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^3} = \mathbf{2 \cdot 10^2}$

$\frac{56 \cdot 10^1}{7 \cdot 10^{-4}} =$ **800 000**

$9 \cdot 10^2 + 45 \cdot 10^2 =$ **5400**

$20 \cdot 1 + 0{,}004 \cdot 120 \cong$ **20,48**

$\frac{34 \cdot 10^5}{17 \cdot 10^3} =$ **200**

$(\sqrt{8} + \sqrt{4})^2 \cong$ **23,314**

$\frac{245 \cdot 10^{11}}{75 \cdot 10^9} \cong$ **326,67**

$10 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{5 \cdot \cos 80} \cong$ **19,08**

$\sqrt[2]{5^2} =$ **5**

$\frac{1}{2 \cdot 10^2} =$ **0,005**

$\left(5 \cdot 10^{-4}\right)^2 = \mathbf{2{,}5 \cdot 10^{-7}}$

$\sqrt{8^2 + \left(6^2 - 4^2\right)} \cong$ **9,165**

$\frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6}} \cong$ **2,033**

$\frac{25 \cdot 12 \cdot 4}{\pi \cdot 16^2} \cong$ **1,49**

$\frac{625}{(1 + (6 \cdot 4))} =$ **25**

$\frac{50^2}{4^2 \cdot 2^2 \cdot (\cos 55)^2} \cong$ **118,734**

$7 \cdot 2^3 - 5^2 \cdot 4 =$ **-44**

$\frac{1 \cdot 10^4}{\left(1 \cdot 10^3\right)^3 \cdot 2 \cdot 10^2} = \mathbf{5 \cdot 10^{-8}}$

$12 \cdot 10^5 \cdot \left(-2 \cdot 10^{-3}\right) =$ **-2400**

$9 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^7 = \mathbf{-1{,}1 \cdot 10^7}$

$\sqrt[3]{1 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 10^5} =$ **1000**

$\sqrt[3]{\left(1 \cdot 10\right)^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \cong$ **0,0464**

$-12 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 =$ **-17 000**

$\sqrt[2]{\frac{\left(0{,}5 \cdot 10^{-12}\right)^2}{\left(500 \cdot 10^{-8}\right)^2}} = \mathbf{1 \cdot 10^{-7}}$

8 Les symboles d'unité et de grandeur

Lors de la résolution d'un problème, il faut suivre une méthode de travail rigoureuse pour garantir un résultat correct.

Il faut utiliser les bonnes formules avec leurs unités correspondantes.

Il existe deux types de symboles :

Le symbole de grandeur représente la grandeur utilisée.
Il est écrit soit en majuscule, soit en minuscule.

Il n'est jamais entre crochets

Exemple : $R = \frac{U}{I}$ formule de la loi d'ohm

Elle n'est formée que de symboles de grandeur.

R est le symbole de grandeur de la résistance électrique

U est le symbole de grandeur de la tension électrique

I est le symbole de grandeur de l'intensité du courant électrique

Le symbole d'unité représente l'unité correspondante à la grandeur utilisée.
Il est écrit soit en majuscule (s'il provient d'un nom propre) soit en minuscule.

Il se différencie car il est entouré de crochets
(Voir la note de fin de page)

Exemple : Pour la formule de la loi d'ohm $R = \frac{U}{I}$

Unités : $[\Omega] = \frac{[V]}{[A]}$ ou $\left[\Omega = \frac{V}{A}\right]$

R est le symbole de grandeur de la résistance électrique
Son unité est l'ohm et le symbole de son unité est (oméga) **[Ω]**

U est le symbole de grandeur de la tension électrique
Son unité est le volt et le symbole de son unité est **[V]**

I est le symbole de grandeur de l'intensité du courant électrique
Son unité est l'ampère et le symbole de son unité est **[A]**

Les unités utilisées sont normalisées et portent le nom de " unités SI "
SI signifie ***système international***

Note
Les crochets pour les unités ne sont en général pas utilisés s'ils sont précédés d'une valeur numérique dans la donnée d'un problème. On peut les utiliser avec des formules.
Dans ce cours, les crochets autour des unités ne sont pas utilisés.

9 Système international d'unité S.I.

Le système international d'unité a été développé pour que tout le monde parle le même langage ; il a donc pour but de remplacer tous les autres systèmes de mesure.
Des grandeurs de base ainsi que des grandeurs dérivées sont définies.
A chaque grandeur correspond une unité représentée elle aussi par un symbole.

9.1 Principales grandeurs de base

Grandeur de base	Symbole de grandeur	Unité S.I.	Symbole d'unité
longueur	ℓ	mètre	m
masse	m	kilogramme	kg
temps	t	seconde	s
intensité du courant électrique	I	ampère	A
température absolue	T	kelvin	K

9.2 Principales grandeurs dérivées

Grandeur dérivée	Symbole de grandeur	Unité S.I.	Symbole d'unité	Combinaison d'unités
température	θ, ϑ	degrés Celsius	^{o}C	
espace parcouru	s	mètre	m	
aire, superficie	A	mètre carré	m^2	
volume	V	mètre cube	m^3	
vitesse	v	mètre par seconde	$\frac{m}{s}$	
accélération	a	mètre par seconde au carré	$\frac{m}{s^2}$	
masse volumique	ρ	kilogramme par mètre cube	$\frac{kg}{m^3}$	
force	F	newton	N	$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$
pression relative	p	pascal	Pa	$Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$
énergie, travail	W	joule	J	$J = N \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
puissance	P	watt	W	$W = \frac{J}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$
tension électrique	U	volt	V	$V = \frac{W}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$
résistance électrique	R	ohm	Ω	$\Omega = \frac{V}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$

Mathématiques

Exercice 1

A l'aide d'un formulaire, remplir le tableau ci-dessous

GRANDEUR	Symbole de grandeur	UNITE	Symbole d'unité
longueur	**ℓ**	mètre	m
masse	**m**	**kilogramme**	**kg**
surface	A	**mètre-carré**	**m^2**
force de pesanteur	**g**	newton	N
vitesse	**v**	**mètre par seconde**	**m/s $m\cdot s^{-1}$**
hauteur	**h**	**mètre**	**m**
temps	**t**	**seconde**	s
fréquence	f	**hertz**	**Hz**
pression	**p**	**pascal**	**Pa**
puissance	**P**	watt	W
rendement	η (êta)	**sans unité**	[-]
température	**θ (thêta)**	**degrés Celsius**	°C
température abs.	**T**	kelvin	**K**
quantité de chaleur	**Q**	**joule**	J
intensité du courant électrique	**I**	**ampère**	**A**
résistance électrique	**R**	**ohm**	**Ω**
tension électrique	**U**	**volt**	**V**
éclairement	**E**	**lux**	lx
induction magnétique	**B**	**tesla**	T
capacité	**C**	**farad**	F

10 Notation avec préfixes

10.1 La notation avec des préfixes est couramment utilisée

Un symbole de préfixe est formé d'une ou deux lettres qui remplacent le terme dix$^{\text{exposant}}$ **(10^x)** utilisé dans les puissances de 10 en notation scientifique et ingénieur. Le préfixe doit être écrit devant l'unité.

Exemple :

0,05 m	$= 5 \cdot 10^{-2}$ m	$= 5$ cm
1000 W	$= 1 \cdot 10^{3}$ W	$= 1$ kW
0,005 A	$= 5 \cdot 10^{-3}$ A	$= 5$ mA

Liste des préfixes :

Puissance de dix	Nom du préfixe	Symbole du préfixe	
10^{18}	exa	**E**	Majuscules
10^{15}	péta	**P**	
10^{12}	téra	**T**	
10^{9}	giga	**G**	
10^{6}	méga	**M**	
10^{3}	kilo	**k**	Minuscules
10^{2}	hecto	**h**	
10^{1}	déca	**da**	
10^{0}	-----	-----	
10^{-1}	déci	**d**	
10^{-2}	centi	**c**	
10^{-3}	milli	**m**	
10^{-6}	micro	**µ**	
10^{-9}	nano	**n**	
10^{-12}	pico	**p**	
10^{-15}	femto	**f**	
10^{-18}	atto	**a**	

Attention aux **majuscules** et **aux minuscules**

Note : En bleu, l'écart entre chaque préfixe vaut $1 \cdot 10^{3}$

En vert, l'écart entre chaque préfixe vaut $1 \cdot 10^{1}$

11 Importance de la notation

En mathématique, comme dans d'autres disciplines, il est important de soigner la notation afin de lire et de comprendre sans erreur les symboles, les unités et les formules utilisées.

11.1 Pour exprimer de grandes ou petites valeurs, il faut utiliser des préfixes

50 mm

Nombre
50

Symbole de préfixe
m pour milli

Symbole de l'unité
m pour mètre

Exemple : 50 mm se prononce 50 millimètres, le préfixe remplace une puissance de 10, qui dans cet exemple vaut 10^{-3}

Donc 50 mm = $50 \cdot 10^{-3}$ m = 0,050 m

Info

Aucun préfixe n'est utilisé pour les unités d'angle et de température

Exercice 1

Ecrire selon les exemples ci-dessous

125 **centi**litres = 125 **c**ℓ	22 **kilo**watts-heures = 22 **k**Wh
25 millimètres carré = **25 mm^2**	54 kilowatts-heures = **54 kWh**
243 centilitres = **243 cℓ**	50 décilitres = **50 dℓ**
2,5 décalitres = **2,5 daℓ**	78 hectolitres = **78 hℓ**
2,71 millimètres = **2,71 mm**	2 centimètres = **2 cm**
45,6 centimètres = **45,6 cm**	2,33 décimètres = **2,33 dm**
12,5 kilomètres = **12,5 km**	127 microgrammes = **127 µg**
1,44 kilogrammes = **1,44 kg**	812 millimètres carré = **812 mm^2**
932 centimètres cube = **932 cm^3**	47,2 nanosecondes = **47,2 ns**
749 milliwatts = **749 mW**	852 mégawatts = **852 MW**
567 picosecondes = **567 ps**	425 térawatts = **425 TW**
7 newtons par mètre carré = **7 N/m^2**	63 millimètres par heure = **63 mm/h**
25 kilomètres par seconde = **25 km/s**	9,81 mètres par seconde au carré = **9,81 m/s^2**

12 Unités avec préfixe ⇔ sans préfixe

Les préfixes ne s'utilisent pas dans les calculs, mais sont remplacés par la puissance de dix correspondante.

12.1 Unités avec préfixe ⇒ Unités sans préfixe

Supprimer un préfixe devant une unité revient à multiplier le nombre par la valeur du préfixe

Exemple : écrire 20 **k**m en m

Multiplier le nombre 20 par la valeur du préfixe à supprimer **k** qui vaut $\mathbf{10^3}$

Opération :

Nombre · valeur du préfixe = nombre sans préfixe

20 **k**m = $20 \cdot 10^3$ m = 20 000 m

12.2 Unités sans préfixe ⇒ Unités avec préfixe

Pour écrire une valeur grande ou petite, utiliser des préfixes

Ajouter un préfixe à une unité revient à diviser le nombre par la valeur du préfixe

Exemple : écrire 20 000 m en **k**m

Diviser le nombre 20 000 par la valeur du préfixe à ajouter **k** qui vaut $\mathbf{10^3}$

Opération :

$$\frac{\text{nombre}}{\text{valeur du préfixe}} = \text{nombre avec préfixe}$$

$$20\,000 \text{ m} = \frac{20000}{10^3} \text{ km} = \frac{20 \cdot 10^3}{10^3} \text{ km} = 20 \text{ km}$$

Exercice 1

Supprimer le préfixe des grandeurs suivantes selon l'exemple suivant

30 **M**V = 30 · $\mathbf{10^6}$ V

10 kV = $\mathbf{10 \cdot 10^3}$ **V** | 130 cℓ = $\mathbf{130 \cdot 10^{-2}}$ **ℓ** | 360 hℓ = $\mathbf{360 \cdot 10^2}$ **ℓ**

6050 mℓ = $\mathbf{6050 \cdot 10^{-3}}$ **ℓ** | 127 cm = $\mathbf{127 \cdot 10^{-2}}$ **m** | 450 dm = $\mathbf{450 \cdot 10^{-1}}$ **m**

540 km = $\mathbf{540 \cdot 10^3}$ **m** | 149 ns = $\mathbf{149 \cdot 10^{-9}}$ **s** | 9,8 µA = $\mathbf{9{,}8 \cdot 10^{-6}}$ **A**

0,000 076 54 GW = 0,000 076 54 · $\mathbf{10^9}$ **W** | 0,000 76 MJ = $\mathbf{0{,}00076 \cdot 10^6}$ **J**

Mathématiques

Exercice 2

Transformer les valeurs suivantes

10 ℓ = **100** dℓ = **1000** cℓ = **10 000** mℓ = **10 000 000** µℓ

10 ℓ = **1** daℓ = **0,1** hℓ = **0,01** kℓ = **0,000 01** Mℓ

Exercice 3

Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple

Unités / Valeurs	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
20 m	0,02	0,2	2	20	200	2 000	20 000
22 km	**22**	**220**	**2 200**	**22 000**	**220 000**	**2 200 000**	**22 000 000**
0,05 hm	**0,005**	**0,05**	**0,5**	**5**	**50**	**500**	**5 000**
235 dam	**2,35**	**23,5**	**235**	**2 350**	**23 500**	**235 000**	**2 350 000**
2 m	**0,002**	**0,02**	**0,2**	**2**	**20**	**200**	**2 000**
25 dm	**0,0025**	**0,025**	**0,25**	**2,5**	**25**	**250**	**2 500**
2 875 cm	**0,02875**	**0,2875**	**2,875**	**28,75**	**287,5**	**2 875**	**28 750**
552 mm	**0,000552**	**0,00552**	**0,0552**	**0,552**	**5,52**	**55,2**	**552**

Notes personnelles :

Mathématiques

Exercice 4

Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple

Nombre	Notation ingénieur	Notation avec préfixe	Symbole du préfixe
87 000	$87 \cdot 10^{3}$	87 kilo	k
0,076	**$76 \cdot 10^{-3}$**	**76 milli**	**m**
3 080 000	**$3{,}08 \cdot 10^{6}$**	**3,08 méga**	**M**
0,000 728	**$728 \cdot 10^{-6}$**	**728 micro**	**µ**
0,25	**$250 \cdot 10^{-3}$**	**250 milli**	**m**
0,000 000 45	**$450 \cdot 10^{-9}$**	**450 nano**	**n**
1 000 000 000	**$1 \cdot 10^{9}$**	**1 giga**	**G**
0,000 000 000 022	**$22 \cdot 10^{-12}$**	**22 pico**	**p**
12 000 000 000 000	**$12 \cdot 10^{12}$**	**12 téra**	**T**

Exercice 5

Compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple

Notation décimale	Notation scientifique	Notation ingénieur	Notation avec préfixe
45000 W	$4{,}5 \cdot 10^{4}$ W	$45 \cdot 10^{3}$ W	45 kW
0,02 s	$2 \cdot 10^{-2}$ s	**$20 \cdot 10^{-3}$ s**	**20 ms**
0,000 15 V	**$1{,}5 \cdot 10^{-4}$ V**	$150 \cdot 10^{-6}$ V	**150 µV**
0,000 000 056 F	**$5{,}6 \cdot 10^{-8}$ F**	**$56 \cdot 10^{-9}$ F**	56 nF
0,0033 m	**$3{,}3 \cdot 10^{-3}$ m**	**$3{,}3 \cdot 10^{-3}$ m**	**3,3 mm**
11 000 000 000 Hz	$1{,}1 \cdot 10^{10}$ Hz	**$11 \cdot 10^{9}$ Hz**	**11 GHz**
0,000 000 000 056 F	**$5{,}6 \cdot 10^{-11}$ F**	$56 \cdot 10^{-12}$ F	**56 pF**
3400 m	**$3{,}4 \cdot 10^{3}$ m**	**$3{,}4 \cdot 10^{3}$ m**	3,4 km

13 Unités de surface avec préfixe ⇔ sans préfixe

13.1 Supprimer un préfixe avec une unité de surface

Supprimer un préfixe devant une unité de surface revient à multiplier le nombre par la valeur du préfixe élevée au carré

Exemple : transformer 300 000 **c**m^2 en m^2

300 000 **c**m^2 = 300 000 · (**10^{-2}**)^2 m^2 = 300 000 · 10^{-4} m^2 = 30 m^2

Exemple : transformer 30 **h**m^2 en m^2

30 **h**m^2 = 30 · (**10^2**)^2 m^2 = 30 · 10^4 m^2 = 300 000 m^2

13.2 Ajouter un préfixe avec une unité de surface

Ajouter un préfixe à une unité de surface revient à diviser le nombre par la valeur du préfixe élevée au carré

Exemple : transformer 30 m^2 en **c**m^2

$$30\ \text{m}^2 = \frac{30}{(10^{-2})^2}\ \text{cm}^2 = \frac{30}{10^{-4}}\ \text{cm}^2 = 3 \cdot 10^5\ \text{cm}^2 = 300\,000\ \text{cm}^2$$

Exemple : transformer 300 000 m^2 en **h**m^2

$$300\,000\ \text{m}^2 = \frac{3 \cdot 10^5}{(10^2)^2}\ \text{hm}^2 = \frac{3 \cdot 10^5}{10^4}\ \text{hm}^2 = 3 \cdot 10^1 = 30\ \text{hm}^2$$

Exercice 1

Supprimer ou ajouter le préfixe des grandeurs suivantes

0,8 dam^2 =	**80**	m^2	9 m^2	=	**0,0009**	hm^2
650 dm^2 =	**6,5**	m^2	9 500 m^2	=	**95 000 000**	cm^2
18,58 cm^2 =	**0,001858**	m^2	185 m^2	=	**1,85**	dam^2
0,025 hm^2 =	**250**	m^2	314 m^2	=	**0,000 314**	km^2
87 400 mm^2 =	**0,0874**	m^2	0,008 m^2	=	**8000**	mm^2
0,15 dm^2 =	**0,0015**	m^2	0,71 m^2	=	**71**	dm^2

Exercice 2

Transformer les grandeurs suivantes

5,78 km^2 =	**57 800 000 000**	cm^2	=	**5 780 000 000 000**	mm^2
450 dam^2 =	**4 500 000**	dm^2	=	**450 000 000**	cm^2
75 800 cm^2 =	**7 580 000**	mm^2	=	**0,0758**	dam^2
76 400 m^2 =	**0,0764**	km^2	=	**764 000 000**	cm^2

14 Unités de volume avec préfixe ⇔ sans préfixe

14.1 *Supprimer un préfixe avec une unité de volume*

Supprimer un préfixe devant une unité de volume revient à multiplier le nombre par la valeur du préfixe élevée au cube

Exemple : transformer 200 000 cm^3 en m^3

$200\ 000\ cm^3 = 200\ 000 \cdot (10^{-2})^3\ m^3 = 200\ 000 \cdot 10^{-6}\ m^3 = 2 \cdot 10^{-1}\ m^3 = 0{,}2\ m^3$

Exemple : transformer 10 hm^3 en m^3

$20\ hm^3 = 20 \cdot (10^2)^3\ m^3 = 20 \cdot 10^6\ m^3 = 20\ 000\ 000\ m^3$

14.2 *Ajouter un préfixe avec une unité de volume*

Ajouter un préfixe à une unité de volume revient à diviser le nombre par la valeur du préfixe élevée au cube

Exemple : transformer 0,2 m^3 en cm^3

$$0{,}2\ m^3 = 2 \cdot 10^{-1}\ m^3 = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{(10^{-2})^3}\ cm^3 = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{10^{-6}}\ cm^3 = 2 \cdot 10^5\ cm^3 = 200\ 000\ cm^3$$

Exemple : transformer 20 000 000 m^3 en hm^3

$$20\ 000\ 000\ m^3 = 2 \cdot 10^7\ m^3 = \frac{2 \cdot 10^7}{(10^2)^3} = \frac{2 \cdot 10^7}{10^6}\ hm^3 = 2 \cdot 10^1\ hm^3 = 20\ hm^3$$

Exercice 1

Supprimer ou ajouter le préfixe des grandeurs suivantes

0,8 dam^3 =	**800** m^3	9 m^3	=	**0,000 009**	hm^3
650 dm^3 =	**0,65** m^3	9 500 m^3	=	**$9{,}5 \cdot 10^9$**	cm^3
18,58 cm^3 =	**0,000 018 58** m^3	185 m^3	=	**0,185**	dam^3
0,025 hm^3 =	**25 000** m^3	314 m^3	=	**$314 \cdot 10^{-9}$**	km^3
87 400 mm^3 =	**0,000 0874** m^3	0,008 m^3	=	**8 000 000**	mm^3
0,15 dm^3 =	**0,000 15** m^3	0,71 m^3	=	**710**	dm^3

Exercice 2

Transformer les grandeurs suivantes

5,78 km^3 =	**$5{,}78 \cdot 10^{15}$**	cm^3 =	**$5{,}78 \cdot 10^{18}$**	mm^3
450 dam^3 =	**$4{,}5 \cdot 10^8$**	dm^3 =	**$4{,}5 \cdot 10^{11}$**	cm^3
75 800 cm^3 =	**$7{,}58 \cdot 10^7$**	mm^3 =	**$7{,}58 \cdot 10^{-5}$**	dam^3
76 400 m^3 =	**$7{,}64 \cdot 10^{-5}$**	km^3 =	**$7{,}64 \cdot 10^{10}$**	m^3

15 Unités de volume et de capacité

Pour passer des unités de volume aux unités de capacité et inversement, il faut utiliser les correspondances suivantes

1 m^3	=	1 kℓ	=	1 000 ℓ
1 dm^3	=	1 ℓ	=	1 ℓ
1 cm^3	=	1 mℓ	=	0,001 ℓ
1 mm^3	=	1 µℓ	=	0,000 001 ℓ

		m^3			**dm^3**			**cm^3**			**mm^3**
		kℓ	**hℓ**	**daℓ**	**ℓ**	**dℓ**	**cℓ**	**mℓ**			**µℓ**

Exercice 1

A l'aide du tableau ci-dessus, compléter le tableau ci-dessous selon l'exemple

Unités / Valeurs	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
20 ℓ	0,020	20	20 000	20 000 000
22 hℓ	**2,2**	**2 200**	**2 200 000**	**2 200 000 000**
5 µℓ	**0,000 000 005**	**0,000 005**	**0,005**	**5**
235 dℓ	**0,0235**	**23,5**	**23 500**	**23 500 000**
2 cℓ	**0,000 02**	**0,02**	**20**	**20 000**
25 kℓ	**25**	**25 000**	**25 000 000**	**25 000 000 000**
285 daℓ	**2,85**	**2 850**	**2 850 000**	**2 850 000 000**
5 520 mℓ	**0,00552**	**5,52**	**5 520**	**5 520 000**

16 Système sexagésimal

C'est un système de base 60 qui est utilisé pour les mesures de temps et d'angles.

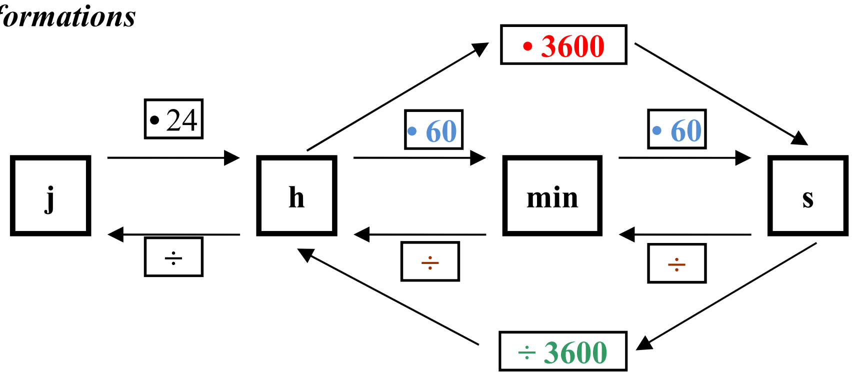
16.1 Mesure de temps

Par définition, un jour correspond au temps mis par la terre pour faire une rotation complète sur elle-même.

Chaque jour j est divisé en	24 heures
Chaque heure h est divisée en	60 minutes
Chaque minute min est divisée en	60 secondes

Les secondes sont ensuite divisées en dixièmes, centièmes, millièmes, etc. selon le système décimal.

Transformations



Exemple :

Exprimer en secondes 2 h 25 min 20 s

2 h	=	**2**	•	**3600**	=	7200 s
25 min	=	**25**	•	**60**	=	1500 s
20 s	=			**20**	=	20 s
						8720 s

Exprimer en heures, minutes et secondes un temps de 19 890 s

19 890 s	÷	**3600**	= 5,...	**5 h**
- 18 000 s		3600 x 5		
1890 s	÷	**60**	= 31,...	**31 min**
-1860 s		60 x 31		
30 s				**30 s**

Soit 5 h 31 min 30 s

16.2 Système sexagésimal $\Rightarrow$ décimal

Passage du système sexagésimal à décimal

Formule : $x \cdot h + y \cdot min + z \cdot s \Rightarrow$ nombre d'heures $= x \cdot h + \dfrac{y \cdot min}{60} + \dfrac{z \cdot s}{3600}$

Exemple : 2 h 35 min **45** s $= 2 + \dfrac{35}{60} + \dfrac{45}{3600} = 2 + 0{,}583 + \overline{0}{,}0125 = 2{,}5958\overline{3}$ h

- **Système sexagésimal $\Rightarrow$ décimal** à la machine à calculer

Taper le nombre d'**heures** puis , ensuite le nombre de **minutes** (toujours avec 2 chiffres) puis le nombre de **secondes** puis DMS►DD (avec les touches 2nd puis +)

Exemple : exprimer en code décimal un temps de 3 h 05 min 03 s

Taper à la machine 3,0503 puis DMS►DD (avec les touches 2nd puis +)
Résultat : $3{,}0841\overline{6}$

16.3 Système décimal $\Rightarrow$ sexagésimal

Passage du codage décimal au codage sexagésimal

Exemple : exprimer en heures, minutes et secondes un temps de 6,395 h

$$\begin{array}{llll}
6{,}395\ \text{h} & & \longrightarrow & \mathbf{6\ h} \\
-\ 6\ \ \text{h} & & \longleftarrow & \\
\hline
0{,}395\ \text{h} & \bullet\ 60 = 23{,}7 & \longrightarrow & \mathbf{23\ min} \\
 & -23 & \longleftarrow & \\
\hline
 & 0{,}7 \bullet 60 & & \mathbf{42\ s}
\end{array}$$

Soit 6 h 23 min 42 s

- **Système décimal $\Rightarrow$ sexagésimal** à la machine à calculer

Taper le nombre décimal complet puis DD►DMS (avec les touches 2nd puis ÷)

Exemple : exprimer en heures, minutes et secondes un temps de 6,395 h

Taper à la machine 6,395 puis DD►DMS (avec les touches 2nd puis ÷)

Résultat affiché : 6° 23′ 42″

16.4 Mesure d'angles

Pour calculer des angles, l'unité souvent utilisée est le degré. Par définition, un angle plein (une circonférence complète du cercle) se divise en 360 degrés. Chaque degré se divise en 60 minutes et chaque minute en 60 secondes. Pour ne pas confondre les unités de temps et d'angle, utiliser les symboles suivants

Degré : °	minute : ′	seconde : ″

Ainsi : 6 h 12 min 23 s représentent un **temps**
6° 12′ 23″ représentent un **angle**

Note :
La machine à calculer affiche toujours les symboles ° pour h, ′ pour min, ″ pour s

Mathématiques

Exercice 1

Compléter le tableau ci-dessous

Heures	Minutes	Secondes
1,5	90	5400
1,833	**110**	6600
2,5	**150**	**9000**
1,8716	112,3	**6738**

Exercice 2

Compléter le tableau ci-dessous

Degrés °	Minutes ′	Secondes ″
1,5	90	**5400**
180	**10800**	**648 000**
50	**3000**	180 000
0,79166	47,5	**2850**

Exercice 3

Transformer les valeurs suivantes

a) 2 h 45 min = **2,75** h

b) 40′ 51″ ≅ **0,68083** °

c) 9 h 33 min 05 s ≅ **9,55138** h

d) 30′ 45″ = **0,5125** °

e) 1 h 45 s = **1,01250** h

f) 182° 30′ = **182,5** °

g) 38 min ≅ **0,633** h

h) 59° 59′ 59″ ≅ **59,99972** °

i) 265 min 48 s = **4,43** h

j) 90° 15′ = **90,25** °

Exercice 4

Transformer les valeurs suivantes

a) 5,6 h =	**5**	h	**36**	min	**0**	s	d)	0,08° =	**0°**	**4′**	**48″**
b) 1,33 h =	**1**	h	**19**	min	**48**	s	e)	18,12° =	**18°**	**07′**	**12″**
c) 0,45 h =	**0**	h	**27**	min	**0**	s	f)	179,008° =	**179°**	**0′**	**28″**

Exercice 5

Effectuer les opérations suivantes

a) 3 h 32 min 43 s + 2 h 41 min 29 s =	**6**	h	**14**	min	**12**	s
b) 3 h 43 min 23 s - 1 h 50 min 52 s =	**1**	h	**52**	min	**31**	s
c) 8 h 45 min 50 s · 2 =	**17**	h	**31**	min	**40**	s
d) 2 h 45 min 20 s ÷ 5 =	**0**	h	**33**	min	**04**	s
e) 3,75 h + 2,25 h =	**6**	h	**0**	min	**0**	s
f) 4 h 12 min 25 s + 5,28 h =	**9**	h	**29**	min	**13**	s
g) 659 853 s =	**183**	h	**17**	min	**33**	s

Notes personnelles :

17 Notation en % et en ‰

C'est une autre manière de noter un nombre, pratique pour exprimer un rapport, une pente, un rendement, une erreur, etc.

17.1 Notation en %

Exprimer un nombre décimal en %

Il faut multiplier le nombre par 100 et ajouter % au résultat

Exemple : 0,35 exprimé en % $\Rightarrow$ $0{,}35 \cdot 100 = 35$ %

17.2 Notation en ‰

Exprimer un nombre décimal en ‰

Il faut multiplier le nombre par 1000 et ajouter ‰ au résultat

Exemple : 0,35 exprimé en ‰ $\Rightarrow$ $0{,}35 \cdot 1000 = 350$ ‰

17.3 Notation

Notation décimale	Notation fractionnaire	Notation en %
0,25	$\frac{25}{100}$	25 %

Notation décimale	Notation fractionnaire	Notation en ‰
0,025	$\frac{25}{1000}$	25 ‰

17.4 Calcul de pourcentage

Pour calculer le pourcentage d'un nombre, il suffit de diviser ce nombre par 100 pour avoir 1% de ce nombre et de multiplier ce 1% par la quantité désirée.

Exemple : calculer le 25 % de 40 V $\quad \frac{40 \cdot 25}{100} = 10$ V

Note : le même principe s'applique avec les ‰

Exemple : calculer le 25 ‰ de 40 V $\quad \frac{40 \cdot 25}{1000} = 1$ V

Exercice 1

Effectuer les calculs ci-dessous

a) 1 % de 4 000 W = **40 W**

b) 33 ‰ de 700 CHF = **23,1 CHF**

c) 20 % de 0,5 m = **0,1 m**

d) 125 ‰ de 1700 = **212,5**

e) 45 % de 0,6 kg = **0,27 kg**

f) 700 ‰ de 30 cm^2 = **21 cm^2**

g) 200 % de 28 s = **56 s**

h) 100 ‰ de 15 m^3 = **1,5 m^3**

Exercice 2

Compléter le tableau selon le modèle

Notation à virgule	Notation fractionnaire	Notation en %	Notation en ‰
0,45	$\frac{45}{100}$	45 %	450 ‰
0,02	$\frac{2}{100}$	**2** %	**20** ‰
0,15	$\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{100}}$	15 %	**150** ‰
0,056	$\frac{\mathbf{56}}{\mathbf{1000}}$	**5,6** %	56 ‰
0,0033	$\frac{\mathbf{33}}{\mathbf{10000}}$	**0,33** %	**3,3** ‰
0,5	$\frac{50}{100}$	**50** %	**500** ‰
1,2	$\frac{\mathbf{120}}{\mathbf{100}}$	120 %	**1200** ‰
3	$\frac{\mathbf{300}}{\mathbf{100}}$	**300** %	3 000 ‰
2,7	$\frac{\mathbf{270}}{\mathbf{100}}$	**270** %	**2700** ‰
2	$\frac{200}{100}$	**200** %	**2000** ‰

Rappel
Il n’y a pas de virgule dans une notation fractionnaire

18 Les fractions

18.1 Simplification

Simplifier une fraction, c'est diviser le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un même nombre

Rappel $\dfrac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$

Le trait ou **barre de fraction** signifie qu'il faut diviser le numérateur par le dénominateur

Il faut trouver une fraction irréductible (qui ne peut plus être simplifiée)

Exemple : simplifier la fraction $\frac{15}{25}$, le facteur 5 est commun au numérateur et au dénominateur, diviser les deux par 5, ce qui donne $\frac{3}{5}$

Pour toutes les opérations sur les fractions, il faut simplifier le résultat autant que possible

La machine à calculer fait ce travail

Exemple : rendre irréductible la fraction $\frac{57}{12}$

➢ Effectuer la division à la machine puis taper la touche F◄►D (avec les touches (2nd et ←) la calculatrice affiche 4 _ 3 ⌟ 4 , ce qui indique $4\frac{3}{4}$ (pour 4 entier et trois quart) ; pour rendre cette valeur irréductible, appuyer d/c (avec les touches 2nd et a b/c) ce qui donne $\frac{19}{4}$

18.2 Amplification

L'amplification consiste à multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre

Il faut multiplier les deux termes de la fraction par le facteur indiqué

Exemple : amplifier la fraction $\frac{9}{12}$ par le facteur 3 $\Rightarrow \frac{9 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{27}{36}$

18.3 Multiplication

Un produit de fractions est le résultat de la multiplication de 2 ou de plusieurs fractions

Il faut multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

Exemple : multiplier la fraction $\frac{9}{12}$ par la fraction $\frac{2}{3}$ $\Rightarrow \frac{9}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{12 \cdot 3} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

18.4 Division

Un quotient de fractions est le résultat de la division de deux fractions

Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction

Exemple : diviser la fraction $\frac{9}{12}$ par la fraction $\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 3}{12 \cdot 2} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$

18.5 Addition

Une somme de fractions est le résultat de l'addition de deux ou de plusieurs fractions

Il faut réduire ou amplifier les fractions pour obtenir un même dénominateur, puis additionner les numérateurs des fractions en conservant ce dénominateur commun

Exemple : additionner les fractions $\frac{9}{12}$ et $\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{9}{12} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{9+8}{12} = \frac{17}{12}$

18.6 Soustraction

Une différence de fractions est le résultat de la soustraction de deux ou de plusieurs fractions

Il faut réduire ou amplifier les fractions pour obtenir un même dénominateur, puis soustraire les numérateurs des fractions en conservant le dénominateur commun

Exemple : effectuer la soustraction $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$

Attention : La position de la barre de fraction est très importante

Exercice 1

Amplifier les fractions suivantes avec développement

1. $\frac{5}{4}$ par 8 $= \mathbf{\frac{5 \cdot 8}{4 \cdot 8} = \frac{40}{32}}$

2. $\frac{7}{9}$ par 5 $= \mathbf{\frac{7 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{35}{45}}$

Exercice 2

Effectuer les calculs suivants avec développement

1. $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{16} = \mathbf{\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 16} = \frac{18}{48} = \frac{3}{8}}$

2. $\frac{21}{57} \cdot \frac{75}{50} = \mathbf{\frac{21 \cdot 75}{57 \cdot 50} = \frac{1575}{2850} = \frac{21}{38}}$

3. $\frac{7}{4} \cdot 18 = \mathbf{\frac{7}{4} \cdot \frac{18}{1} = \frac{7 \cdot 18}{4 \cdot 1} = \frac{126}{4} = \frac{63}{2}}$

4. $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{33}{20} = \mathbf{\frac{1 \cdot 4 \cdot 33}{3 \cdot 11 \cdot 20} = \frac{132}{660} = \frac{1}{5}}$

Exercice 3

Effectuer les calculs suivants avec développement

1. $$\frac{\frac{3}{13}}{\frac{9}{2}} = \mathbf{\frac{3}{13} \cdot \frac{2}{9} = \frac{3 \cdot 2}{13 \cdot 9} = \frac{6}{117} = \frac{2}{39}}$$

2. $$\frac{\frac{7}{18}}{9} = \mathbf{\frac{\frac{7}{18}}{\frac{9}{1}} = \frac{7}{18} \cdot \frac{1}{9} = \frac{7 \cdot 1}{18 \cdot 9} = \frac{7}{162}}$$

3. $$\frac{144}{\frac{12}{25}} = \mathbf{\frac{\frac{144}{1}}{\frac{12}{25}} = \frac{144}{1} \cdot \frac{25}{12} = \frac{144 \cdot 25}{1 \cdot 12} = \frac{3600}{12} = \frac{300}{1} = 300}$$

Exercice 4

Effectuer les calculs suivants avec développement

1. $$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}}$$

2. $$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{36} = \mathbf{\frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 12} + \frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36} + \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12+6+4+1}{36} = \frac{23}{36}}$$

3. $$\frac{6}{11} + \frac{17}{4} + 29 = \mathbf{\frac{6 \cdot 4}{11 \cdot 4} + \frac{17 \cdot 11}{11 \cdot 4} + \frac{29 \cdot 44}{11 \cdot 4} = \frac{24}{44} + \frac{187}{44} + \frac{1276}{44} = \frac{24+187+1276}{44} = \frac{1487}{44}}$$

4. $$\frac{7}{119} + \frac{2}{213} = \mathbf{\frac{1}{17} + \frac{2}{213} = \frac{1 \cdot 213}{17 \cdot 213} + \frac{2 \cdot 17}{213 \cdot 17} = \frac{213+34}{3621} = \frac{247}{3621}}$$

5. $$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} - \frac{1}{16} = \mathbf{\frac{1 \cdot 24}{4 \cdot 24} - \frac{1 \cdot 12}{8 \cdot 12} - \frac{1 \cdot 8}{12 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 6}{16 \cdot 6} = \frac{24-12-8-6}{96} = \frac{-2}{96} = \frac{-1}{48}}$$

Exercice 5

Effectuer et rendre les réponses sous forme de fraction irréductible

1. $\frac{10}{3}$ diviser par 3 $= \mathbf{\frac{10}{9}}$

2. $$\frac{15}{22} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{2}{3}\right) = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

3. $$\left(2 + \frac{1}{5}\right)^3 = \mathbf{\frac{1331}{125}}$$

4. $$\frac{5}{7} + 12 - \frac{4}{5} = \mathbf{\frac{417}{35}}$$

19 Principes d'équivalence

Pour faire subir des transformations à une égalité tout en conservant cette égalité, il faut utiliser les principes d'équivalence.

Attention : tenir compte dans tous les cas de la hiérarchie des opérations vue à la page 3

19.1 *Premier principe*

En additionnant ou soustrayant une même valeur (ou grandeur) aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité

Exemple : **addition** $8 = 6 + 2 \quad \rightarrow \quad 8 + 4 = 6 + 2 + 4 \quad \rightarrow \quad 12 = 12$

soustraction $8 = 6 + 2 \quad \rightarrow \quad 8 - 4 = 6 + 2 - 4 \quad \rightarrow \quad 4 = 4$

19.2 *Deuxième principe*

En multipliant ou divisant les deux membres d'une égalité par la même valeur, on obtient une nouvelle égalité

Exemple : **multiplication** $8 = 6 + 2 \quad \rightarrow \quad 8 \cdot 4 = (6 + 2) \cdot 4 \quad \rightarrow \quad 32 = 32$

division $8 = 6 + 2 \quad \rightarrow \quad \frac{8}{4} = \frac{6+2}{4} \quad \rightarrow \quad 2 = 2$

19.3 *Troisième principe*

En élevant à une puissance ou en extrayant la racine aux deux membres d'une égalité avec la même valeur, on obtient une nouvelle égalité

Exemple : **au carré** $8 = 6 + 2 \quad \rightarrow \quad 8^2 = (6 + 2)^2 \quad \rightarrow \quad 64 = 64$

racine $8 = 6 + 2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{8} = \sqrt{6+2} \quad \rightarrow \quad 2{,}8.. = 2{,}8..$

Exercice 1

Au moyen des principes d'équivalence, isoler x dans les égalités suivantes selon l'exemple ci-dessous

$a + b + x = c \quad \rightarrow \quad \cancel{a} + \cancel{b} + x - \cancel{a} - \cancel{b} = c - a - b \quad \rightarrow \quad x = c - a - b$

1. $29 + 11 + x = 103$ $\Rightarrow x = \mathbf{63}$
2. $273 - x = 103$ $\Rightarrow x = \mathbf{170}$
3. $4 \cdot x^3 = 1\,372$ $\Rightarrow x = \mathbf{7}$
4. $(4 \cdot x)^3 = 21\,952$ $\Rightarrow x = \mathbf{7}$

Exercice 2

Au moyen des principes d'équivalence isoler x dans les égalités ci-dessous

1. $a - x = b - c$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = a - b + c}$

2. $a \cdot b \cdot x = c$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = \dfrac{c}{a \cdot b}}$

3. $a - x - c = -b$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = a + b - c}$

4. $a \cdot b = c \cdot x$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = \dfrac{a \cdot b}{c}}$

5. $\dfrac{a \cdot x}{c} = b$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = \dfrac{b \cdot c}{a}}$

6. $a - x + b = c$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = a + b - c}$

7. $a \cdot b = c + x$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = (a \cdot b) - c}$

8. $\dfrac{a + x}{c} = b$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = (b \cdot c) - a}$

9. $\dfrac{a + x}{c - b} = d$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = d \cdot (c-b) - a}$

10. $\dfrac{a - b}{c + x} = d - e$ $\Rightarrow$ $\mathbf{x = \dfrac{a - b}{d - e} - c}$

20 Transformation de formules

Une formule est l'expression d'une grandeur à calculer en fonction d'autres grandeurs connues

Pour transformer une formule, il faut appliquer les principes d'équivalence

Il faut transformer les formules pour exprimer les autres grandeurs qui la composent

Exemple : $I = \frac{U}{R}$

En connaissant la valeur de U et de R, il est facile de calculer la valeur de I
Mais pour calculer la valeur de R en connaissant les valeurs de I et U ou calculer la valeur de U en connaissant les valeurs de I et de R, il faut transformer la formule

Pour connaitre la valeur de U, il faut isoler U

D'abord

Mettre la grandeur recherchée à gauche

$$\frac{U}{R} = I$$

Comme U est divisé par R, il faut utiliser le $2^{ème}$ principe d'équivalence et multiplier les deux membres de l'égalité par R

$\frac{U}{R} \cdot R = I \cdot R$, ce qui permet de simplifier R dans la $1^{ère}$ égalité : $\frac{U}{\cancel{R}} \cdot \cancel{R} = I \cdot R \Rightarrow U = I \cdot R$

Exemple : $A = \pi \cdot r^2$ $r = ?$

Pour connaitre la valeur de r, isoler dans un premier temps r^2

Ne jamais effectuer un carré ou une racine sur une inconnue avant de l'avoir isolée

Comme r^2 est multiplié par π, il faut utiliser le $2^{ème}$ principe d'équivalence et diviser les deux membres de l'égalité par π

$\frac{\pi \cdot r^2}{\pi} = \frac{A}{\pi}$ simplifier par π : $\frac{\cancel{\pi} \cdot r^2}{\cancel{\pi}} = \frac{A}{\pi} \Rightarrow r^2 = \frac{A}{\pi}$

Une fois que r^2 est isolé, supprimer le carré de r en utilisant le $3^{ème}$ principe d'équivalence et faire la racine carrée des deux membres de l'égalité

La racine carrée d'une grandeur annule le carré de cette grandeur

$\sqrt{r^2} = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ ce qui donne une fois simplifié : $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

20.1 Règles concernant les transformations de formule

Ne pas hésiter à mettre des parenthèses pour simplifier, dans un 1er temps, la transformation de formule

Exemple : $\frac{a-b}{c+x} = d-e \quad \Rightarrow \quad \frac{(a-b)}{(c+x)} = (d-e)$

Toujours supprimer les barres de fraction avant de transformer une formule

En multipliant les 2 membres de l'égalité par la grandeur qui se trouve sous la barre de fraction

Exemple : $\frac{(a-b)}{(c+x)} = (d-e) \quad \Rightarrow \quad \frac{(a-b)}{(c+x)} \cdot (c+x) = (d-e) \cdot (c+x)$

Simplifier : $\frac{(a-b)}{\cancel{(c+x)}} \cdot \cancel{(c+x)} = (d-e) \cdot (c+x) \quad \Rightarrow \quad (a-b) = (d-e) \cdot (c+x)$

Si l'inconnue se trouve dans une parenthèse, enlever les grandeurs autour de la parenthèse avant d'ouvrir celle-ci

Exemple : (a - b) = (d - e) · (c + x), l'inconnue **x** à gauche (d - e) · (c + x) = (a - b)

Pour isoler la parenthèse où se trouve l'inconnue, il faut d'abord « nettoyer » autour de la parenthèse en divisant par (d - e) $\frac{(d-e)\cdot(c+x)}{(d-e)} = \frac{(a-b)}{(d-e)}$

1) Simplifier : $\frac{\cancel{(d-e)}\cdot(c+x)}{\cancel{(d-e)}} = \frac{(a-b)}{(d-e)} \Rightarrow \quad (c+x) = \frac{(a-b)}{(d-e)}$

2) Enlever la parenthèse pour isoler l'inconnue : $(c+x) = \frac{(a-b)}{(d-e)} \Rightarrow \quad c+x = \frac{(a-b)}{(d-e)}$

3) Isoler la valeur désirée : $\cancel{c} + x - \cancel{c} = \frac{(a-b)}{(d-e)} - c \quad \Rightarrow \quad x = \frac{(a-b)}{(d-e)} - c$

Pour transformer des formules, il faut tenir compte de la hiérarchie des opérations

Exemple : a = 1 + b · c $\quad \Rightarrow \quad$ a = 1 + (b · c)

Dans ce cas il y a un + et un · , regrouper la multiplication dans une parenthèse

Astuce : une grandeur qui passe d'un côté d'une égalité à l'autre change de "signe"

+	**Devient**	-
-	$\Rightarrow$	+
•	$\Rightarrow$	÷
÷	$\Rightarrow$	•
x^n	$\Rightarrow$	$\sqrt[n]{\ }$
$\sqrt[n]{\ }$	$\Rightarrow$	x^n

Dans certains cas, il faut faire appel aux règles du calcul algébrique (mise en évidence, factorisation, etc.)

Mathématiques

Exercice 1

Transformer les formules ci-dessous afin d'obtenir la grandeur demandée et noter les étapes intermédiaires de la transformation

a) $P = U \cdot I$ $\quad$ $\mathbf{U = \frac{P}{I}}$

b) $P = R \cdot I^2$ $\quad$ $\mathbf{R = \frac{P}{I^2}}$ $\quad$ $\mathbf{I = \sqrt{\frac{P}{R}}}$

c) $P = \frac{U^2}{R}$ $\quad$ $\mathbf{R = \frac{U^2}{P}}$ $\quad$ $\mathbf{U = \sqrt{P \cdot R}}$

d) $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $\quad$ $\mathbf{d = \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\pi}}}$

e) $R = \frac{\rho \cdot l}{A}$ $\quad$ $\mathbf{A = \frac{\rho \cdot l}{R}}$

f) $R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$ $\quad$ $\boldsymbol{\alpha = \frac{\frac{R2}{R1} - 1}{\Delta\theta}}$ **ou** $\mathbf{\frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot \Delta\theta}}$

g) $R_{\text{équ.}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ $\quad$ $\mathbf{R_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_{équ}} - \frac{1}{R_2}}}$

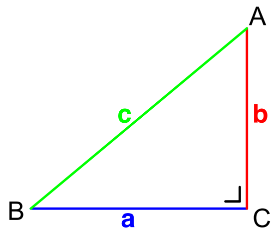
h) $S^2 = P^2 + Q^2$ $\quad$ $\mathbf{P = \sqrt{S^2 - Q^2}}$ $\quad$ $\mathbf{Q = \sqrt{S^2 - P^2}}$

i) $P = \frac{3600 \cdot n}{c \cdot t}$ $\quad$ $\mathbf{c = \frac{3600 \cdot n}{P \cdot t}}$ $\quad$ $\mathbf{n = \frac{P \cdot c \cdot t}{3600}}$

j) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ $\quad$ $\mathbf{R = \sqrt{Z^2 - (X_L - X_C)^2}}$ $\quad$ $\mathbf{X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} + X_c}$

21 Pythagore

Dans tout triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse (c) est égal à la somme des carrés des 2 cathètes (a et b) de l'angle droit

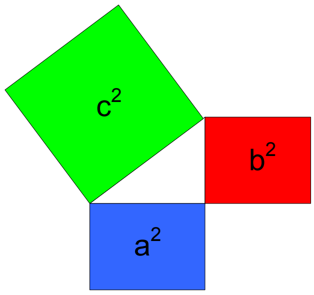


Formule de base

$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$

$\boxed{a^2 = c^2 - b^2}$

$\boxed{b^2 = c^2 - a^2}$



Exemple :

a = **4** cm b = **3** cm c = **5** cm

$\mathbf{a} = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \mathbf{4\ cm}$

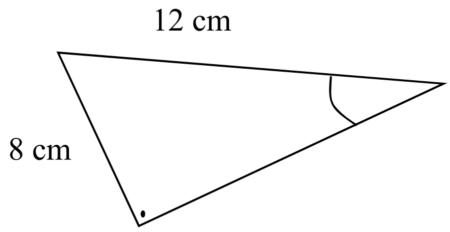
$\mathbf{b} = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \mathbf{3\ cm}$

$\mathbf{c} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \mathbf{5\ cm}$

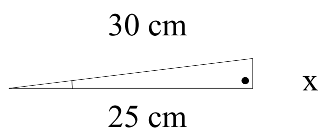
Exercice 1

Calculer les longueurs demandées

a) d ≅ **8,944** cm



b) x ≅ **16,58** cm

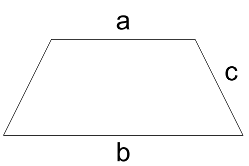


Exercice 2

Calculer la diagonale d'un carré de 4 cm de côté **d ≅ 5,667 cm**

Exercice 3

Calculer l'aire du trapèze isocèle sachant que : a = 8 cm ; b = 14 cm et c = 5 cm



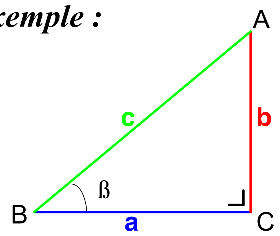
S = 44 cm^2

22 Trigonométrie

La trigonométrie a pour but de déterminer la valeur des angles et des côtés des triangles rectangles.

Cette étude est limitée au **triangle rectangle** et aux angles inférieurs ou égaux à 90°

Exemple :



Un triangle rectangle dont la longueur **a** vaut 4 cm

Un triangle rectangle dont la longueur **b** vaut 3 cm

Un triangle rectangle dont la longueur **c** vaut 5 cm

Un angle β (béta)

22.1 Sinus (par rapport à l'angle bêta β)

On appelle sinus (SIN) la valeur qu'exprime le rapport $\frac{b}{c}$ d'un triangle rectangle

Calcul du sinus de l'angle β : SIN β $= \frac{b}{c} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

Pour trouver la valeur de l'angle β, calculer l'arc sinus de 0,6

- Manipulation de la machine à calculer, taper 0,6 puis SIN^{-1} (avec les touches 2nd puis SIN)
L'arc SIN de 0,6 ≅ 36,87°

22.2 Cosinus (par rapport à l'angle bêta β)

On appelle cosinus (COS) la valeur qu'exprime le rapport $\frac{a}{c}$ d'un triangle rectangle

Calcul du cosinus de l'angle β : COS β $= \frac{a}{c} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

Pour trouver la valeur de l'angle β, calculer l'arc cosinus de 0,8

- Manipulation de la machine à calculer, taper 0,8 puis COS^{-1} (avec les touches 2nd puis COS)
L'arc COS de 0,8 ≅ 36,87°

22.3 Tangente (par rapport à l'angle bêta β)

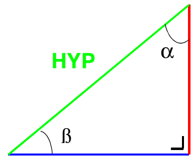
On appelle tangente (TAN) la valeur qu'exprime le rapport $\frac{b}{a}$ d'un triangle rectangle

Calcul de la tangente de l'angle β : TAN β $= \frac{b}{a} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

Pour trouver la valeur de l'angle β, calculer l'arc tangente de 0,75

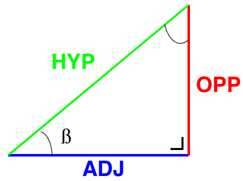
- Manipulation de la machine à calculer, taper 0,75 puis TAN^{-1} (avec les touches 2nd puis TAN)
L'arc TAN de 0,75 ≅ 36,87 °

22.4 *Pour les deux angles β et α*



Le côté **c** se nomme **l'hypoténuse** et son abréviation est HYP
Son côté ne touche pas l'angle droit, il est opposé à l'angle droit

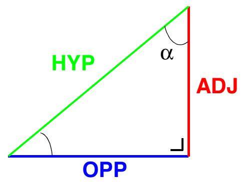
22.5 *Pour l'angle β*



Le côté **b** se nomme **l'opposé** (à l'angle β) et son abréviation OPP
C'est le côté en face de l'angle β, il touche l'angle droit

Le côté **a** se nomme **l'adjacent** (à l'angle β) et son abréviation ADJ
C'est le 3ème côté, il touche l'angle droit et l'angle β

22.6 *Pour l'angle α*



Le côté **a** se nomme **l'opposé** (à l'angle α) et son abréviation OPP
C'est le côté en face de l'angle α, il touche l'angle droit

Le côté **b** se nomme **l'adjacent** (à l'angle α) et son abréviation ADJ
C'est le 3ème côté, il touche l'angle droit et l'angle α

22.7 *Formules utiles et transformées*

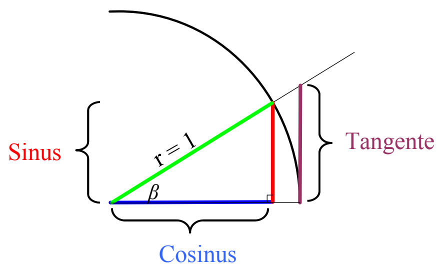
$\text{SIN} = \dfrac{\text{OPP}}{\text{HYP}}$	$\text{OPP} = \text{SIN} \cdot \text{HYP}$	$\text{HYP} = \dfrac{\text{OPP}}{\text{SIN}}$
$\text{COS} = \dfrac{\text{ADJ}}{\text{HYP}}$	$\text{ADJ} = \text{COS} \cdot \text{HYP}$	$\text{HYP} = \dfrac{\text{ADJ}}{\text{COS}}$
$\text{TAN} = \dfrac{\text{OPP}}{\text{ADJ}}$	$\text{OPP} = \text{TAN} \cdot \text{ADJ}$	$\text{ADJ} = \dfrac{\text{OPP}}{\text{TAN}}$

Quand l'angle β varie de 0 à 90°

Le sinus croît de 0 à 1

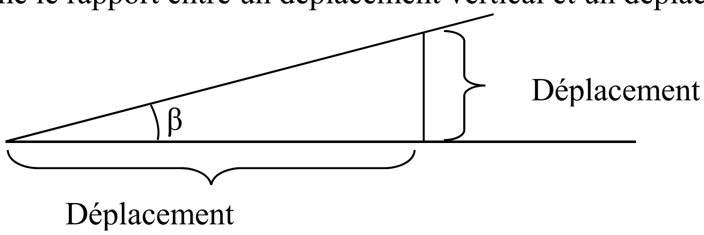
Le cosinus décroît de 1 à 0

La tangente croît de 0 à l'infini



22.8 *La pente*

La pente exprime le rapport entre un déplacement vertical et un déplacement horizontal



La pente s'exprime souvent en %

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} \cdot 100\ \% = \text{la tangente de l'angle béta exprimé en } \%$$

La tangente de l'angle β représente la pente

22.9 Notation des angles

En notation décimale, un angle de 28,56°

En notation sexagésimale, le même angle vaut 28° 33' 36″

Note Le

N'utiliser que la notation décimale pour calculer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle

Rappel : pour passer d'une notation sexagésimale en notation décimale, utiliser la touche

➢ DMS►DD (avec les touches : 2nd puis +) de la machine à calculer

Exemple : transformer un angle de 44° 33' 54″ en notation décimale

Taper 44,3354 puis DMS►DD (avec les touches 2nd puis +) résultat : 44,565°

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants en gardant 3 chiffres significatifs

a) SIN 42° ≅ **0,669** b) COS 42° ≅ **0,743** c) TAN 42° ≅ **0,900**

d) SIN 90° = **1,00** e) COS 90° = **0** f) TAN 90° ≅ **Infini**

g) SIN 22° ≅ **0,375** h) COS 58° ≅ **0,530** i) TAN 73° ≅ **3,27**

Exercice 2

Effectuer les calculs suivants

a) arc SIN 0,913545 ≅ **65,99** b) arc COS 0,19081 ≅ **78,99**

c) arc TAN 0,1392 ≅ **7,925** d) arc SIN 0,66913 ≅ **41,99**

e) arc COS -0,9745 ≅ **167,03** f) arc TAN 2,90421 ≅ **70,99**

Exercice 3

Calculer le sinus d'un angle de 36° 59' ≅ **0,601**

Calculer le cosinus d'un angle de 36° 59' ≅ **0,799**

Calculer la tangente d'un angle de 36° 59' ≅ **0,753**

Exercice 4

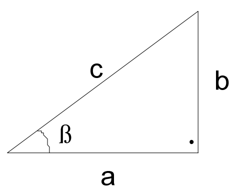
Calculer la longueur c **l ≅ 14,14 cm**

a = 10 cm β = 45°

Exercice 5

Calculer la longueur b **l ≅ 11,57 cm**

c = 18 cm β = 40°



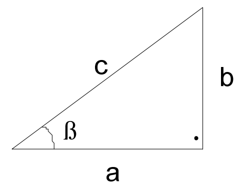
Exercice 6

Calculer la longueur a **l ≅ 17,09 cm** c = 22 cm β = 39°

Exercice 7

Calculer l'angle β **62,96°**

c = 22 cm a = 10 cm



Exercice 8

Calculer l'angle β **23,58°**

c = 45 cm b = 18 cm

Exercice 9

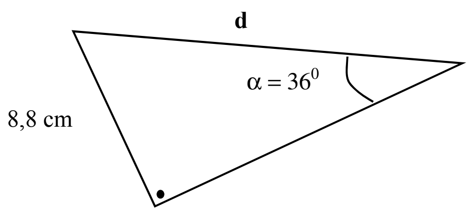
Calculer l'angle β **22,62°**

a = 36 cm b = 15 cm

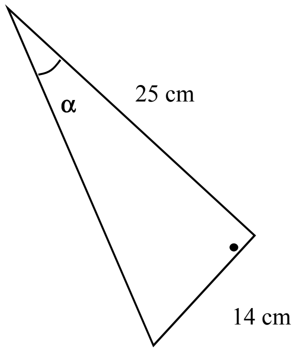
Exercice 10

Calculer les valeurs demandées

a) Le coté d ≅ **14,97 cm**

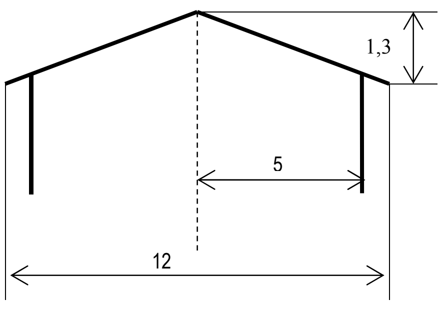


b) L'angle α ≅ **29,25°**



Exercice 11

Calculer la pente du toit représenté sur le dessin ci-dessous **21,67 %**

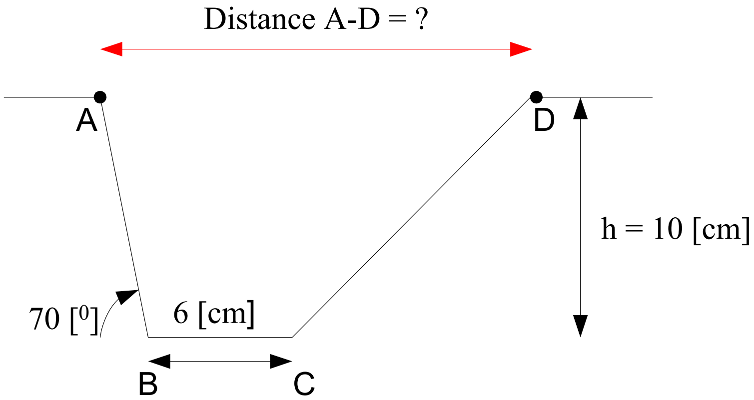


Exercice 12

Un électricien doit percer un mur d'une épaisseur de 30 cm. L'angle d'attaque de la mèche dans le mur doit être de 55°
Calculer la longueur de la mèche qui pénètre dans le mur pour le traverser **l ≅ 36,62 cm**

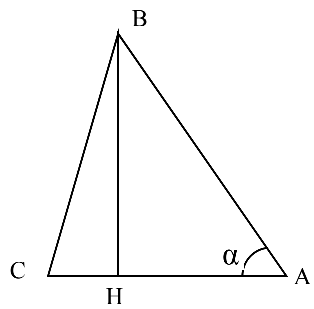
Exercice 13

Calculer la distance A-D de cette tranchée. La pente C-D vaut 100 % **d ≅ 19,64 cm**



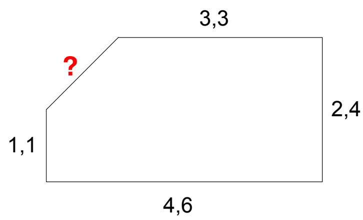
Exercice 14

Calculer le périmètre de la figure ci-contre **P ≅ 77,88 mm**
BH = 13 mm
HA = 0,9 · BC
α = 35°



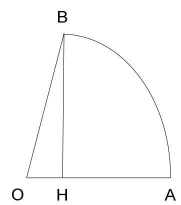
Exercice 15

Calculer la longueur indiquée par un **?** (dans le dessin ci-dessous) d'une canalisation apparente qui doit longer la pente du toit. Les mesures sont en m
l ≅ 1,838 m



Exercice 16

Calculer la longueur de l'arc AB
OA = OB = 142 mm HB = 135 mm
l ≅ 178,3 mm



Exercice 17

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 51 dm et un angle de 75° 51′
Calculer ses 2 autres côtés ainsi que son aire

49,45 dm **12,48 dm** **A ≅ 308,6 dm^2**

23 Calculs de surface

Exercice 1

Chercher dans un formulaire et noter la formule permettant de calculer

L'aire d'un triangle ……………………………………………….

L'aire d'un cercle ……………………………………………….

L'aire d'un rectangle ……………………………………………….

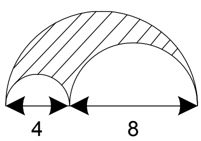
L'aire d'un trapèze ……………………………………………….

Exercice 2

Un couloir avec chauffage au sol a une diagonale de 12,5 m qui fait un angle de 60^{o} avec l'un des côtés
Calculer la longueur du canal de plinthe à poser dans toute la pièce (sans tenir compte des portes) et la surface à chauffer **l ≅ 34,16 m ; surface ≅ 67,69 m²**

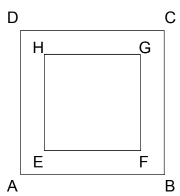
Exercice 3

Calculer l'aire de la forme hachurée ci-dessous, les mesures sont est en cm **A ≅ 25,13 cm²**



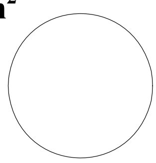
Exercice 4

On veut installer une rampe lumineuse selon le carré EFGH de 104,04 m^2. La pièce ABCD mesure 225 m^2. Calculer la longueur totale de la rampe lumineuse **l ≅ 40,87 m**
A quelle distance des bords doit-elle être posée ? **d ≅ 2,392 m**



Exercice 5

Calculer l'aire de la surface éclairée par un luminaire sachant que la circonférence du rond de lumière vaut 188,5 cm **A ≅ 2828 cm²**

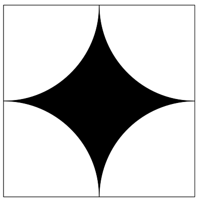


Exercice 6

Calculer le diamètre d'un fil de cuivre de 1,5 mm^2 **d ≅ 1,382 mm**

Exercice 7

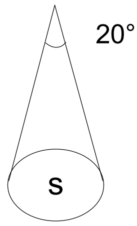
Calculer l'aire de la surface noire ci-dessous, sachant que la surface du carré vaut 100 cm^2



A ≅ 21,46 cm^2

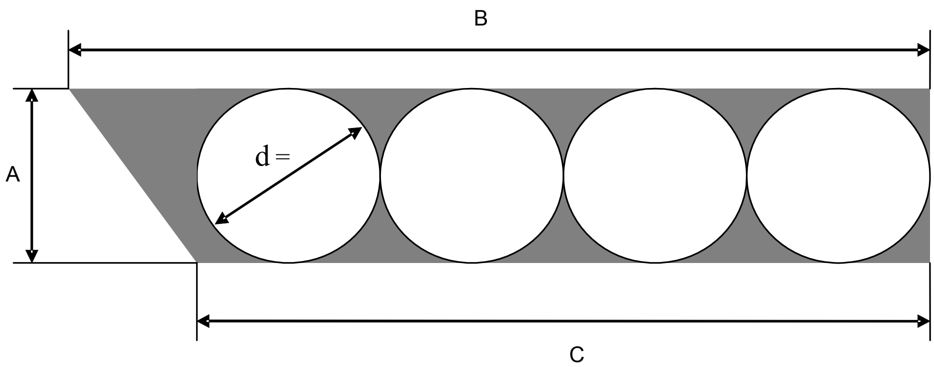
Exercice 8

A quelle hauteur du sol faut-il placer le support d'une ampoule pour éclairer une surface circulaire de 0,22 m^2 sur un bureau dont le plateau se situe à 0,90 m du sol ?
L'angle de diffusion de l'ampoule vaut 20°
h ≅ 2,401 m



Exercice 9

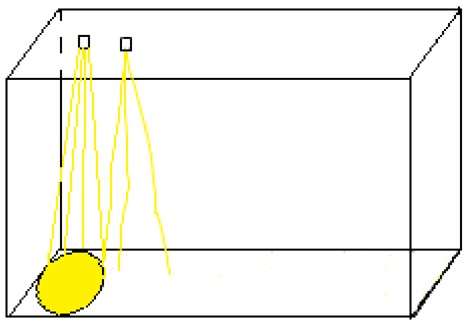
Calculer l'aire de la surface d'ombre (en gris) laissée sur un bar éclairé par 4 spots dont la surface totale d'éclairage vaut 7854 cm^2. La longueur B du bar vaut 230 cm
A ≅ 2896 cm^2



Exercice 10

On désire installer des lampes LED au plafond d'une niche d'une longueur de 4 m, d'une profondeur de 80 cm et d'une hauteur de 1,5 m de tel façon à ce que le diamètre du rond de lumière soit égale à la profondeur de la niche et que les ronds se touchent sur toute la longueur.

a) Quel doit être l'angle d'émission de chacune des ampoules ? **29,86°**
b) Combien de lampes faudra-t-il installer au total ? **5 lampes**

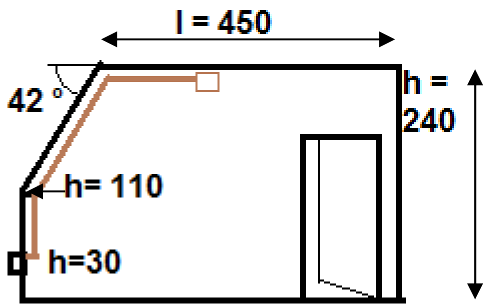


Exercice 11

Une canalisation apparente partant d'une prise fixée à l'angle du mur doit alimenter une lampe de plafond, au milieu de la pièce carrée, selon le tracé du croquis ci-contre

Calculer la longueur totale de la canalisation

Les longueurs sont arrondies au cm



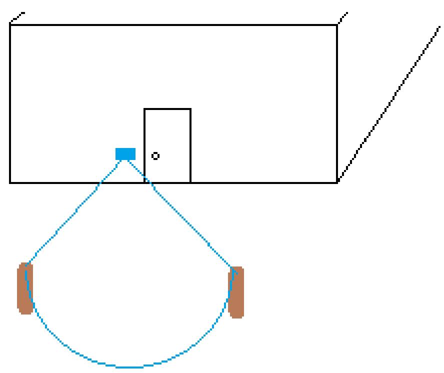
Hauteur : 110 - 30 = 80 cm
Opposé : 240 - 110 = 130 cm
Hypoténuse : 130/sin42 ≅ 194 cm
Adjacent : 130/tg42 ≅ 144 cm
Côté de la pièce : 450 + 144 = 594 cm
Longueur totale ≅ 80 + 194 + ((594/2) – 144) + (594/2) ≅ 724 cm

Exercice 12

Un client désire que vous placiez un détecteur de mouvement qui doit surveiller la surface comprise entre deux points (en brun) distant de 5 m l'un de l'autre et à 3 m de la façade sur laquelle sera installé le détecteur

a) Quel doit être son angle de surveillance s'il est placé à l'axe des deux points ?

b) Calculer la surface horizontale de la zone surveillée par le détecteur



Hypoténuse = rayon ≅ 3,9 m
Angle : arc tg = 0,83 • 2 ≅ 80°
Surface : (A • (80/360) ≅ 10,62 m²

24 Calculs de volume

Exercice 1

Calculer le volume d'une pièce de 12 m de large, de 9 m de long et de 2,4 m de hauteur
V ≅ 259,2 m³

Exercice 2

Calculer le volume de cuivre contenu dans une torche (l =100 m) de câble Tdc 5 · 16 mm²
V = 8000 cm³

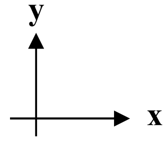
Exercice 3

Calculer le volume "parcouru" par une porte de 2 m de haut et 80 cm de large qui s'ouvre avec un angle de 120°
V ≅ 1,340 m³

25 Les fonctions

En mathématique, une fonction est la représentation d'une grandeur y dont on analyse ses possibles variations en variant une seconde grandeur x

Une fonction y = f(x) se lit "*y en fonction de x*"
Sa représentation graphique se présente sur un système d'axes



26 Lecture de graphique

Il s'agit de traduire en français les indications présentes sur le graphique afin de préciser les points suivants

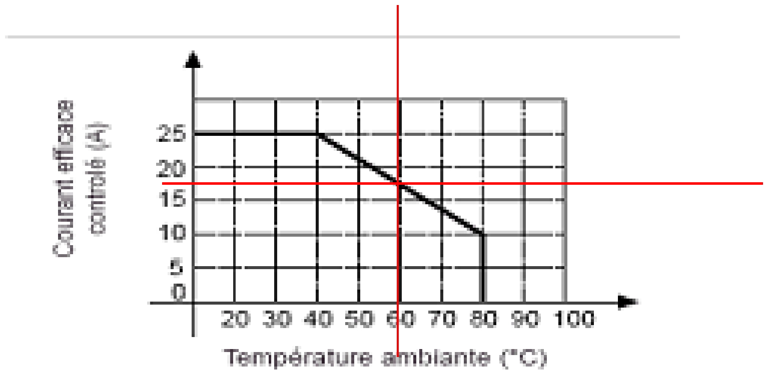
- Titre du graphique
- Grandeurs en relations (avec les unités)
- Graduations
- Description de « l'allure des courbes »
- Lecture précise de certains points

Dans un graphique, pour une valeur donnée en x, repérer à quelle endroit cette valeur coupe la courbe et relever la valeur en y correspondante

Exemple :

Dans le graphique ci-dessous, relever la valeur du courant électrique (en y) pour une température (en x) de 60° C

Fonction de la courbe ci-dessous : *I = f (θ)* (I en fonction de la température)

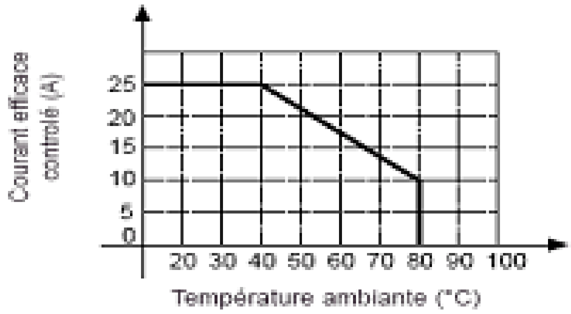


En coupant la courbe à 60° C, la lecture horizontale indique en **y** une valeur approximative de 17,5 A

Exercice 1

Déterminer la valeur du courant à 30, 65 et 70° C

I = f (θ)



I à 30° C ⇒ **25 A**

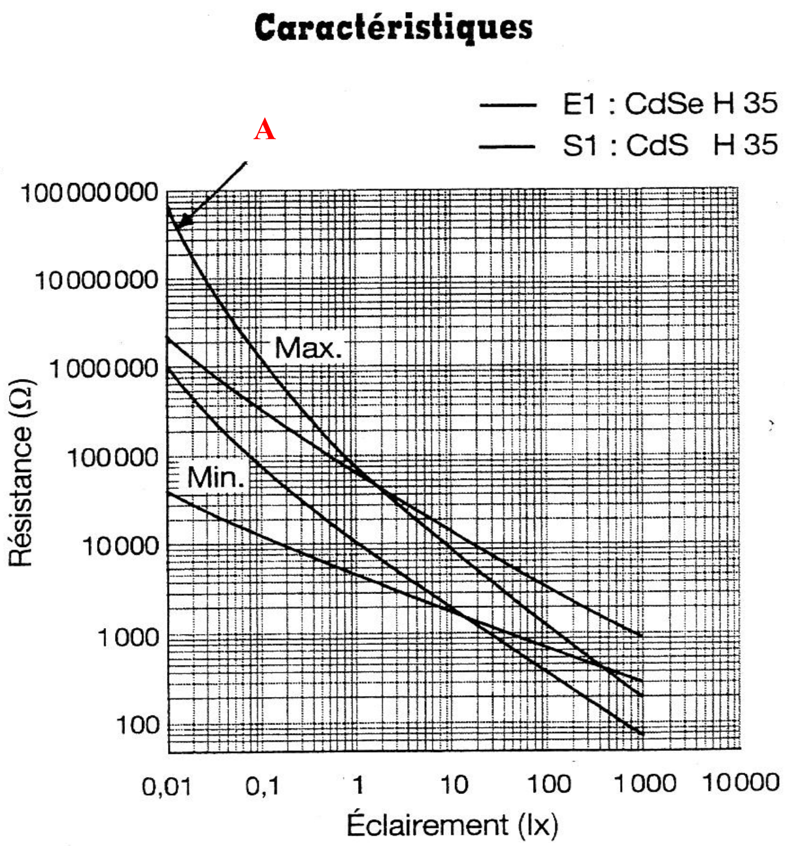
I à 65° C ⇒ **15 A**

I à 70° C ⇒ **13 A**

Exercice 2

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter

a) La valeur maximale de la résistance à 0,1 - 1 - 100 et 1000 lx (courbe **A**)
b) La valeur minimale de la résistance à 0,1 - 1 - 100 et 1000 lx



R$_{max}$ à 0,1 lux ⇒**1 300 000 Ω**

1 lux ⇒ **80 000 Ω**

100 lux ⇒ **1 300 Ω**

1000 lux ⇒ **200 Ω**

R$_{min}$ à 0,1 lux ⇒ **13000 Ω**

1 lux, ⇒ **5000 Ω**

100 lux ⇒ **750 Ω**

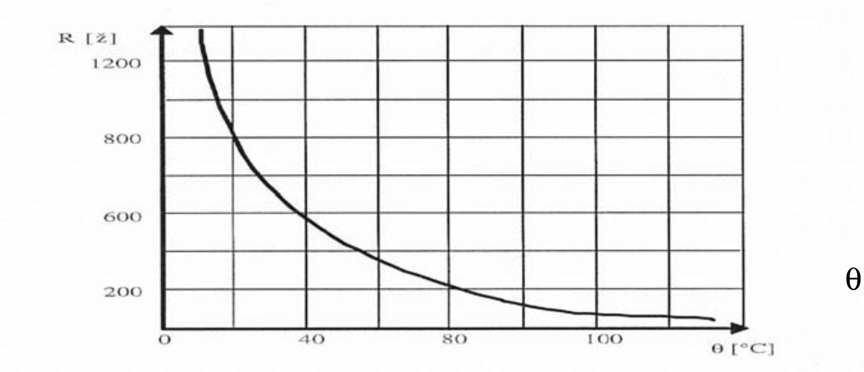
1000 lux ⇒ **300 Ω**

R = f (E)

Exercice 3

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter les valeurs

a) de la résistance à 20, 40, 50 et 100° C
b) de la température d'une résistance à 200, 300 et 800 Ω



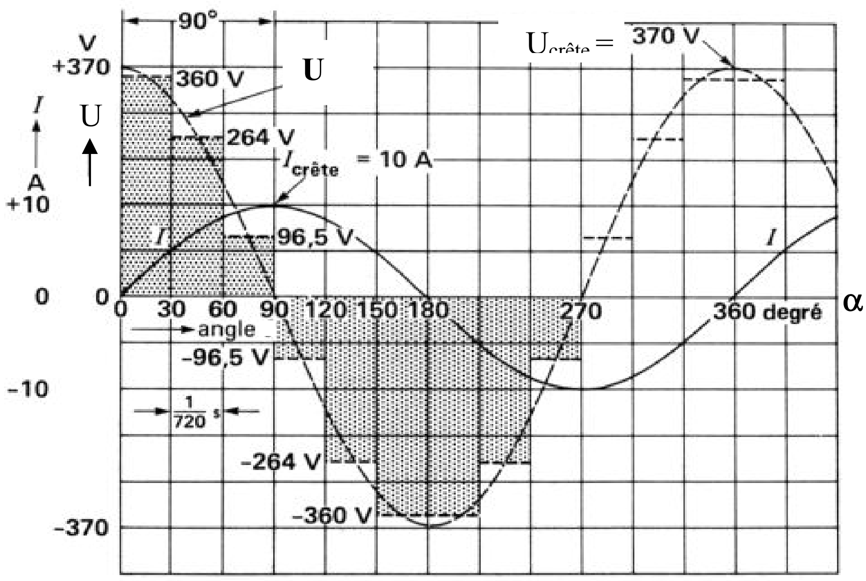
R = f (θ)

R à 20° ⇒ **800 Ω**
40° ⇒ **560 Ω**
50° ⇒ **450 Ω**
100° ⇒ **80 Ω**
θ pour 200 Ω ⇒ **80°**
300 Ω ⇒ **70°**
800 Ω ⇒ **20°**

Exercice 4

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter les valeurs

a) de I à 60, 90, 120, 150, 180, 270, 300, et 330°
b) de U à 60, 90, 130, 150, 160, 270, 300, et 330°

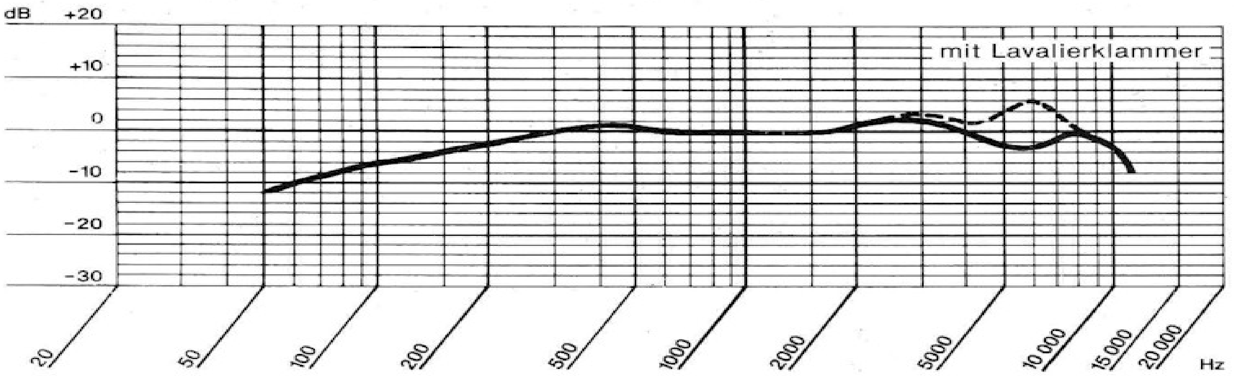


I = f(α)   et   U= f(α)

I à 60° ⇒ **8 A**
à 90° ⇒ **10 A**
à 120° ⇒ **8 A**
à 150° ⇒ **5 A**
à 180° ⇒ **0 A**
à 270° ⇒ **-10 A**
à 300° ⇒ **-8 A**
à 330° ⇒ **-5 A**
U à 60° ⇒ **185 V**
à 90° ⇒ **0 V**
à 130° ⇒ **-222 V**
à 150° ⇒ **-320 V**
à 160° ⇒ **-350 V**
à 270° ⇒ **0 V**
à 300° ⇒ **185 V**
à 330° ⇒ **330 V**

Exercice 5

Sur le graphique ci-dessous, indiquer et noter les valeurs en dB aux fréquences suivantes 50, 80, 150, 300, 450, 1000, 3000, 6000, 10000 et 12000 Hz



$\Delta N_{rel} = f(f)$

50 Hz ⇒ **-12 dB** 80 Hz ⇒ **-8 dB** 150 Hz ⇒ **-4 dB**

300 Hz ⇒ **0 dB** 450 Hz ⇒ **1,5 dB** 1000 Hz ⇒ **0 dB**

3000 Hz ⇒ **2 dB** 6000 Hz ⇒ **-3 dB** 10000 Hz ⇒ **-3 dB**

12000 Hz ⇒ **-8 dB**

Exercice 6

Dessiner une fonction sin = f(α) pour α qui varie de 0 à 360 degrés

Exercice 7

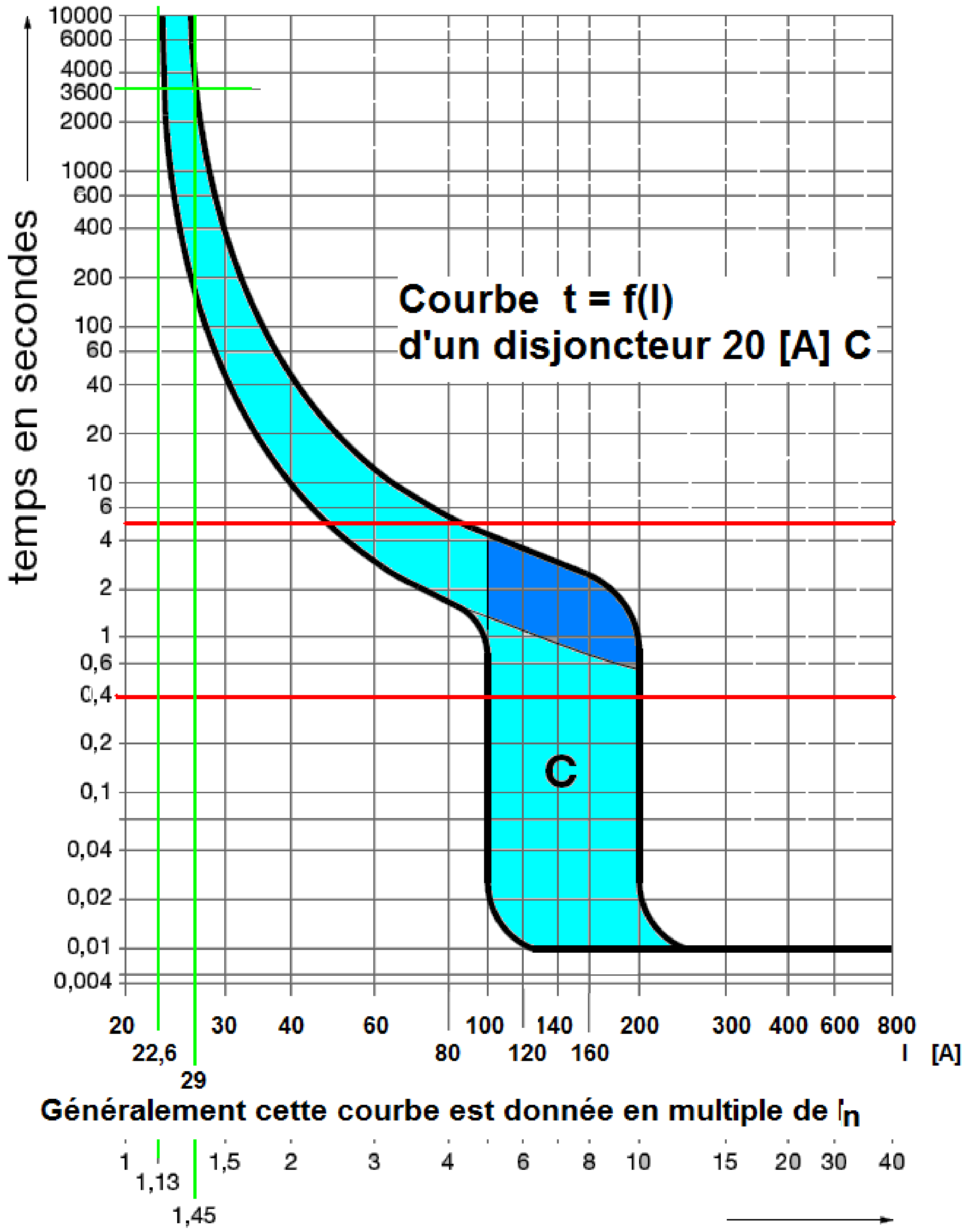
a) Combien d'ampères faut-il pour assurer le déclenchement de ce disjoncteur 20 A en 5 s ? **90 A**

b) A combien de fois I_n le déclenchement de ce disjoncteur 20 A en 5 s est-il assuré ? **4,5 fois**

c) Durant combien de temps ce disjoncteur 20 A supporte-t-il un courant de 70 A sans risque de coupure ? **2 secondes**

d) Durant combien de temps un disjoncteur 32 A supporte-t-il un courant de 64 A sans risque de coupure ? **10 secondes (2 fois In)**

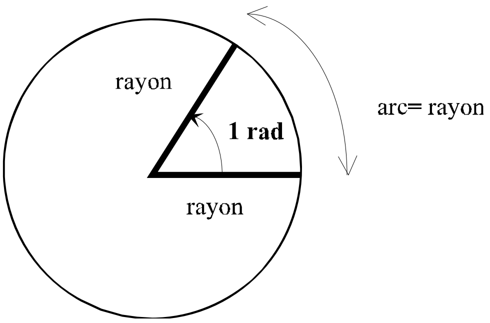
Courbe disjoncteur



27 Le radian

En plus du degré (°) utilisé en géométrie et du grade (grad) employé en génie civil, la physique et la technique utilisent, pour mesurer les angles, **le radian** (rad) qui est l'unité SI

Par définition, le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui intercepte, sur la circonférence d'un cercle, un arc de longueur égale à celle du rayon.



Remarque :
Il y a $2 \cdot \pi \approx 6{,}28...$ fois un angle de 1 radian dans un cercle
Un angle de 1 radian vaut ≈ **57,29°**

27.1 Transformation de degrés en radians

Pour déterminer la correspondance entre des angles exprimés en degrés et leur équivalent en radians, appliquer un rapport de proportionnalité sachant que **360° = 2π rad**

$$\boxed{\alpha\,\text{rad} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \alpha°}{360}}$$

Exemple :

Exprimer la valeur de 90° en radians
La machine à calculer fait cette opération

$$\alpha\,[\text{rad}] = \frac{2 \cdot \pi \cdot 90}{360} = \frac{\pi}{2} = \underline{\underline{1{,}57079....\text{rad}}}$$

- Taper 90 puis DRG ▶ avec les touches (2nd puis DRG) ce qui met la machine en mode radian, **RAD** s'affiche en haut à droite de l'écran et la réponse est 1,570796327

27.2 Transformation de radians en degrés

Pour déterminer la correspondance entre des angles exprimés en radians et leur équivalent en degrés, appliquer un rapport de proportionnalité sachant que **2π rad = 360°**

$$\boxed{\alpha° = \frac{360 \cdot \alpha\,\text{rad}}{2 \cdot \pi}}$$

Exemple :

Exprimer la valeur de 1,7 radian en degrés
La machine à calculer fait cette opération

$$\alpha° = \frac{360 \cdot 1{,}7}{2 \cdot \pi} = \underline{\underline{97{,}4°}}$$

- Mettre la machine en radian en appuyant la touche DRG 1 fois (cela affiche **RAD**), taper 1,7 puis DRG ▶ avec les touches (2nd puis DRG) cela affiche 108,22 (grades) **GRAD** s'affiche en haut à droite, puis taper encore (2nd puis DRG) ce qui met la réponse en mode degré, **DEG** s'affiche en haut à droite de l'écran et la réponse est 97,4028517

La proportion entre l'angle et la circonférence exprimée soit en degrés soit en radian est

$$\boxed{\frac{\alpha\,\text{rad}}{2 \cdot \pi\,\text{rad}} = \frac{\alpha°}{360°}}$$

27.3 Transformation de degrés en π radians

Dans les graphiques de courants alternatifs, les valeurs d'angles sont souvent exprimées en **π** radians, ce qui nécessite de connaitre certaines correspondances entre les angles exprimés en degré et en **π** radians.

Exemple : transformer 236^{o} en **π** radians

➤ La machine à calculer fait cette opération

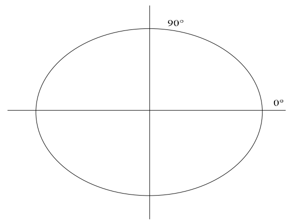
Diviser 236 par π puis = puis DRG ▶ (2nd DRG) ce qui donne $1{,}3\overline{1}$ π rad

Pour obtenir une valeur précise, donner la réponse en ***code fractionnaire irréductible***

Après la valeur affichée $1{,}3\overline{1}$, taper F◀▶D avec les touches (2nd et ⟵) ce qui affiche :

1_ 14 ⌟45 soit, 1 entier et $\frac{14}{45}$ de π radians, appuyer encore les touches d/c avec (2nd et $a^{b/c}$)

La réponse finale est $\frac{59}{45}$ π rad



Exercice 1

a) Diviser le cercle en angles de 30°

b) Noter la valeur des angles en degrés

c) Noter la valeur des angles en **π** radians $\mathbf{30°} = \frac{\pi}{6}$ rad $\mathbf{60°} = \frac{\pi}{3}$ rad $\mathbf{90°} = \frac{\pi}{2}$ rad

$\mathbf{120°} = \frac{2\cdot\pi}{3}$ rad $\mathbf{150°} = \frac{5\cdot\pi}{6}$ rad $\mathbf{180°} = \pi$ rad $\mathbf{210°} = \frac{7\cdot\pi}{6}$ rad

$\mathbf{240°} = \frac{4\cdot\pi}{3}$ rad $\mathbf{270°} = \frac{3\cdot\pi}{2}$ rad $\mathbf{300°} = \frac{5\cdot\pi}{3}$ rad $\mathbf{330°} = \frac{11\cdot\pi}{6}$ rad

Exercice 2

Convertir les angles suivants en radians

a) 180° ≅ **3,14** rad b) 13° ≅ **0,227** rad

c) 270° ≅ **4,712** rad d) 480° ≅ **8,377** rad

Exercice 3

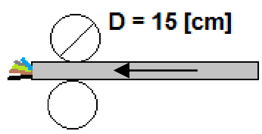
Convertir les angles suivants en degrés

a) $\frac{\pi}{6}$ rad = $\mathbf{30^{o}}$ b) 1,0471975 rad = $\mathbf{60^{o}}$

c) $\frac{5\cdot\pi}{4}$ rad = $\mathbf{225^{o}}$ d) 12,566370 rad = $\mathbf{720^{o}}$

Exercice 4

Pour mesurer la longueur d'un câble, une roue d'un diamètre de 15 cm fait 34 tours et 1,5 rad
Calculer la longueur du câble **l ≅ 16,13 m**



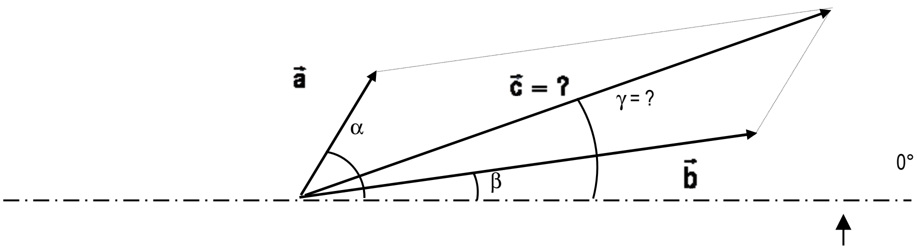
28 Les vecteurs

Dans plusieurs domaines scientifiques, il est souvent nécessaire de devoir calculer avec des grandeurs formant des angles quelconques entre eux ou par rapport à une référence.
Dans ce cas on représente ces grandeurs à l'aide de vecteurs comme par exemple, en aviation pour mesurer des vents et des vitesses ou en électricité pour additionner ou soustraire des courants ou des tensions.

Les vecteurs sont caractérisés soit par :
- leurs coordonnées polaires : amplitude et l'angle de leur direction par rapport à l'axe horizontal orienté vers la droite
- leurs coordonnées rectangulaires : composante horizontale et verticale

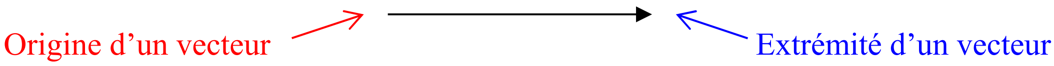
28.1 *Addition vectorielle graphique*

Trouver le vecteur résultant ($\vec{c}$) de l'addition graphique des vecteur $\vec{a}$ et $\vec{b}$

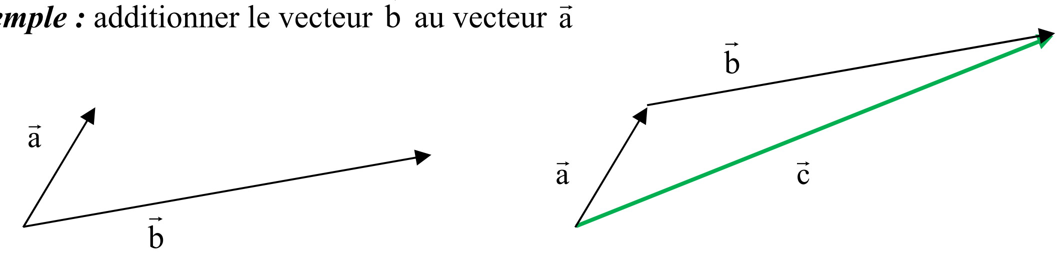


Rappel ***Référence horizontale***

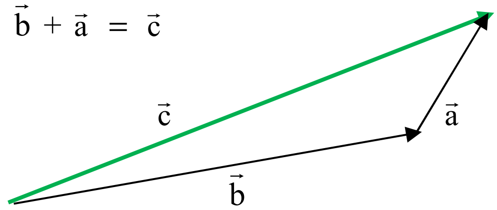
Pour additionner deux vecteurs, il suffit de prendre **l'origine** d'un des deux vecteurs et de le placer à **l'extrémité** de l'autre vecteur, puis de mesurer la distance entre l'origine du 1er vecteur et l'extrémité du 2ème vecteur



Exemple : additionner le vecteur $\vec{b}$ au vecteur $\vec{a}$



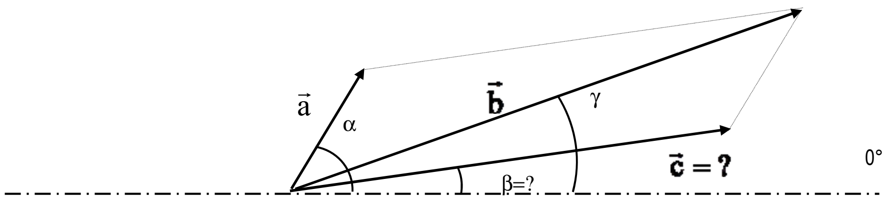
L'origine de $\vec{b}$ est placée à l'extrémité de $\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
ou
L'origine de $\vec{a}$ est placée à l'extrémité de $\vec{b}$ $\Rightarrow$ $\vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ revient au même que $\vec{c} = \vec{b} + \vec{a}$

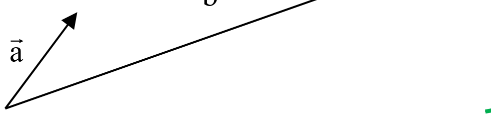
28.2 Soustraction vectorielle graphique

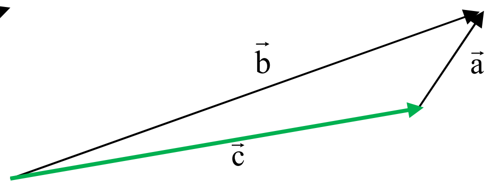
Trouver le vecteur résultant ($\vec{c}$) de la soustraction de deux autres ($\vec{b} - \vec{a}$)



Pour soustraire deux vecteurs, il suffit de prendre **l'extrémité** du vecteur à soustraire et de le placer à **l'extrémité** de l'autre vecteur, puis de mesurer la distance entre **l'origine** du 1er vecteur et **l'origine** du 2ème vecteur

Exemple : soustraire le vecteur $\vec{a}$ au vecteur $\vec{b}$

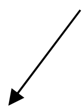


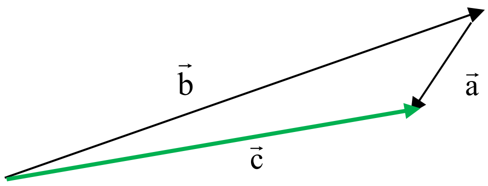


$\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$

Ce qui revient à **additionner l'opposé du 2ème vecteur au 1er vecteur**

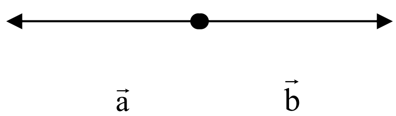
Additionner l'opposé du vecteur $\vec{a}$





$\vec{c} = \vec{b} + (-\vec{a})$

Rappel



Si deux vecteurs ont
1) une même direction
2) une même longueur
3) des sens opposés

Ils sont appelés **vecteurs opposés** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ou $\vec{b} = -\vec{a}$

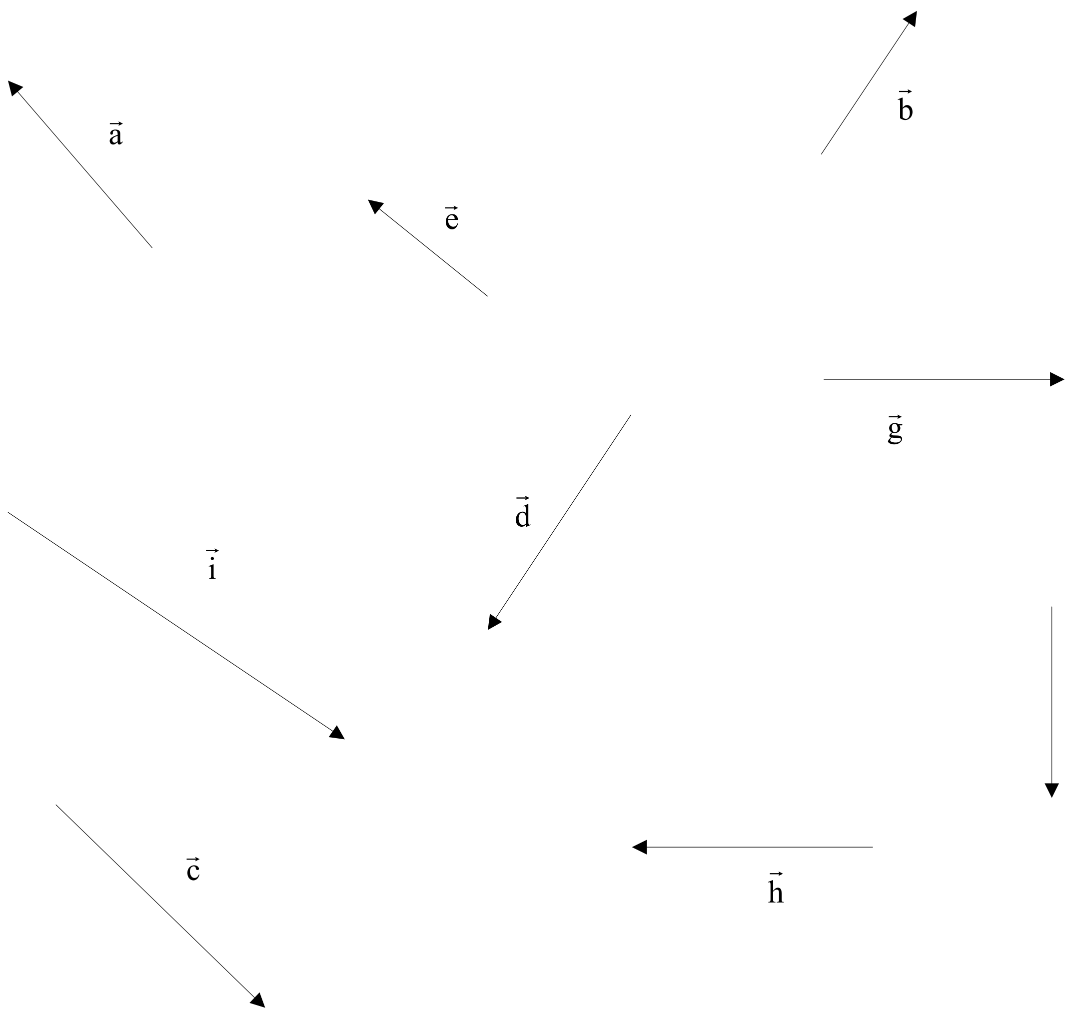
Mathématiques

Exercice 1

a) Mesurer et noter pour chaque vecteurs ci-dessous
Leurs longueurs en mm ainsi que leurs angles φ exprimés par rapport à l'horizontale

b) Additionner et soustraire graphiquement les vecteurs ci-dessous
Noter la longueur en mm et l'angle en ^{o} des vecteurs résultants pour

$\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{c} + \vec{d}$; $\vec{e} + \vec{f}$; $\vec{g} + \vec{h}$; $\vec{a} + \vec{i}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{c} - \vec{d}$; $\vec{e} - \vec{f}$; $\vec{g} - \vec{h}$; $\vec{a} - \vec{i}$

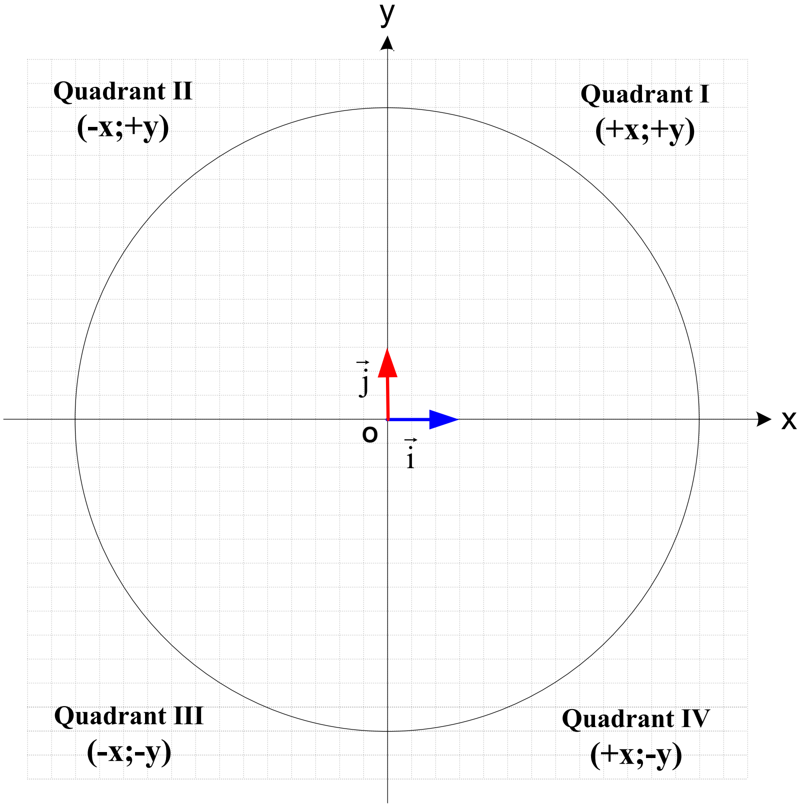


Réponses :	$\vec{a} \cong 28 \angle^{130°}$	$\vec{b} \cong 21 \angle^{55°}$	$\vec{c} \cong 36 \angle^{317°}$
$\vec{d} \cong 32 \angle^{237°}$	$\vec{e} \cong 19 \angle^{140°}$	$\vec{f} \cong 24 \angle^{270°}$	$\vec{g} \cong 30 \angle^{0°}$
$\vec{h} \cong 30 \angle^{180°}$	$\vec{i} \cong 51 \angle^{326°}$	$\vec{a} + \vec{b} \cong 39 \angle^{98°}$	$\vec{c} + \vec{d} \cong 53 \angle^{280°}$
$\vec{e} + \vec{f} \cong 20 \angle^{217°}$	$\vec{g} + \vec{h} \cong 0 \angle^{0°}$	$\vec{a} + \vec{i} \cong 25 \angle^{342°}$	$\vec{a} - \vec{b} \cong 31 \angle^{176°}$
$\vec{c} - \vec{d} \cong 44 \angle^{0°}$	$\vec{e} - \vec{f} \cong 39 \angle^{112°}$	$\vec{g} - \vec{h} \cong 60 \angle^{0°}$	$\vec{a} - \vec{i} \cong 78 \angle^{140°}$

Attention : Les réponses peuvent varier en fonction de l'impression

29 Polaire – Rectangulaire côté théorique

29.1 Composantes rectangulaires d'un vecteur



Echelle : `1` = 3 carrés

Composantes

On prend deux vecteurs perpendiculaires $\vec{j}$ et $\vec{i}$ d'une **longueur** égale à **1**
Ils sont appelés **vecteurs de base**
Ils sont dessinés à partir d'un point **O** appelé **l'origine**
Le prolongement du vecteur $\vec{i}$ forme l'axe x, celui du vecteur $\vec{j}$ l'axe y
Il est possible d'obtenir n'importe quel vecteur à partir de ces deux vecteurs de base

Pour abréger l'écriture on note $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\vec{a} = (x\ ;\ y)$

donc pour un vecteur $\vec{a}$ valant $x = 3$ et $y = 2$, on écrit $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ou $\vec{a} = (3\ ;\ 2)$

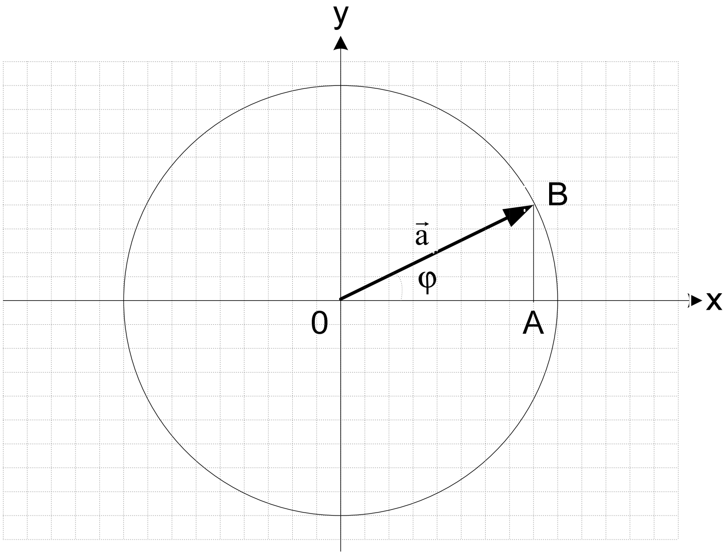
Les grandeurs (x y) sont les composantes rectangulaires d'un vecteur

Note : pour la suite du cours, la notation horizontale (x ; y) sera utilisée

Remarque :
Le cercle est composé de **4 quadrants**, numéroté en chiffres Romains

Pour le quadrant **I**, le signe est positif pour l'axe x et positif pour l'axe y (0 à 90°)
Pour le quadrant **II**, le signe est négatif pour l'axe x et positif pour l'axe y (90 à 180°)
Pour le quadrant **III**, le signe est négatif pour l'axe x et négatif pour l'axe y (180 à 270°)
Pour le quadrant **IV**, le signe est positif pour l'axe x et négatif pour l'axe y (270 à 360°)

29.2 *Composantes polaires d'un vecteur*



échelle : `1` = 1 carré

- **Longueur d'un vecteur**

Soit le vecteur $\vec{a} = (8 ; 4)$, 8 et 4 sont ses coordonnées rectangulaires
Le triangle OAB est rectangle en A, pour calculer la longueur du vecteur $\vec{a}$, utiliser le théorème de Pythagore $(\overline{OB})^2 = (\overline{OA})^2 + (\overline{AB})^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{OB} = \sqrt{(\overline{OA})^2 + (\overline{AB})^2}$

La longueur $\overline{OB}$ est la longueur (amplitude, module ou norme) du vecteur $\vec{a}$ noté : $\|\vec{a}\|$

Dans ce cas, puisque $\overline{OA} = x = 8$ et $\overline{AB} = y = 4$, la longueur $\|\vec{a}\| \cong \sqrt{8^2 + 4^2} \cong 8{,}94$

Règle : pour calculer la longueur d'un vecteur, additionner les carrés de ses composantes rectangulaires (x et y) et faire la racine du résultat $\|\vec{a}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

- **L'angle d'un vecteur**

Soit le même vecteur $\vec{a} = (8 ; 4)$ sa longueur calculée précédemment vaut 8,94

Calcul de son angle φ (phi)

La tangente de φ égale le rapport de $\left(\frac{opp}{adj}\right)$ ou $\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$ ou $\frac{y}{x} = \frac{4}{8} = 0{,}5$

Donc l'angle φ vaut arctan de 0,5 $\cong 26{,}57^o$

Les grandeurs $\|\vec{a}\|$ et φ sont les composantes polaires d'un vecteur

Attention : si le vecteur se trouve dans les quadrants suivants, vous devez
Soustraire l'angle trouvé à 180^o $\Rightarrow 180 - \varphi$ pour le quadrant II
Additionner 180^o à l'angle trouvé $\Rightarrow 180 + \varphi$ pour le quadrant III
Soustraire l'angle trouvé à 360^o $\Rightarrow 360 - \varphi$ pour le quadrant IV

Notation : $\vec{a} = \|\vec{a}\| \angle^{\varphi}$ $\qquad \vec{a} \cong 8{,}944 \angle^{26{,}57°}$

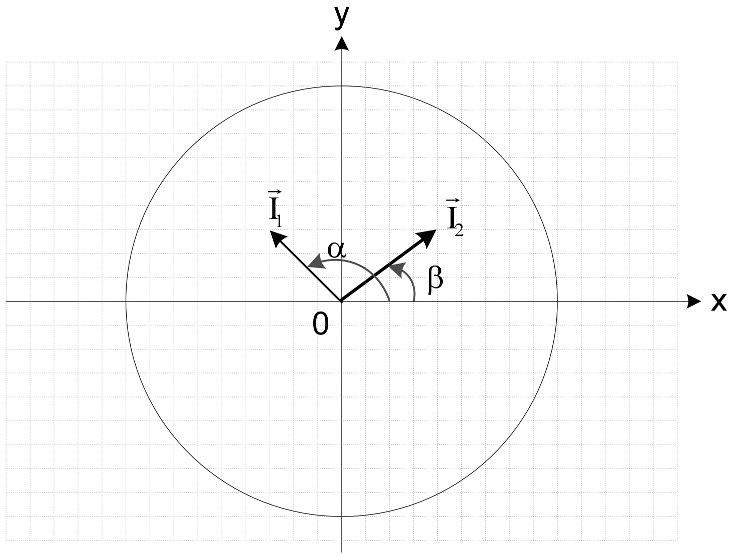
Le vecteur $\vec{a}$ est aussi bien caractérisé par
Ses composantes polaires (longueur $\|\vec{a}\|$ et l'angle φ) que par
ses composantes rectangulaires (x ; y)

30 Polaire – Rectangulaire côté pratique

30.1 Composantes polaires d'un vecteur

Exprimer des valeurs de tension, de courant ou de force avec des vecteurs

Exemple :



Echelle : 1 cm = 1A

Prendre pour cet exemple deux courants exprimés par les vecteurs $\vec{I}_1$ et $\vec{I}_2$

le courant indiqué par le vecteur $\vec{I}_1$ vaut environ 1,3 A (longueur du vecteur) et son angle par rapport à l'axe x vaut 135°

Le courant indiqué par le vecteur $\vec{I}_2$ vaut environ 1,6 A avec un angle de 45°

Additionner ces 2 courants avec la méthode graphique

Rappel : Pour additionner vectoriellement 2 vecteurs, il faut amener l'origine du 1er vecteur à l'extrémité du 2ème vecteur ou l'inverse, cela revient au même

Le vecteur résultant indique la somme des 2 vecteurs et donc des 2 courants, avec son angle par rapport à l'axe des x ou son angle de déphasage si une tension est indiquée sur le graphique

Il n'est pas possible d'additionner la valeur de 2 courants (comme pour la loi des nœuds de Kirchhoff) à cause de leur orientation différente Il faut tenir compte de leurs directions

Solution

Convertir les composantes polaires des vecteurs à additionner en composantes rectangulaires (x et y), puis additionner toutes les composantes x et toutes les composantes y pour former un nouveau vecteur, puis reconvertir ces nouvelles coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires

1ère étape

Il faut écrire ces valeurs en composantes polaires

Dans l'exemple, le courant $\vec{I}_1$ vaut 1,3 A avec un angle de 135°

Le courant $\vec{I}_2$ vaut 1,6 A avec un angle de 45°

Ce qui donne $\vec{I}_1 = 1{,}3\ A \angle^{135°}$ et $\vec{I}_2 = 1{,}6\ A \angle^{45°}$

2ème étape

Il faut convertir les composantes polaires en composantes rectangulaires

30.2 Transformation Polaire - Rectangulaire

La machine à calculer permet de réaliser cette opération

➢ Il faut taper 1,3 (la valeur de $\vec{I}_1$ l'argument du vecteur, donc le courant de 1,3 A dans notre exemple), puis **x-y** (avec les touches 2nd et π) puis 135 (la valeur de l'angle φ) puis **P►R** avec les touches (2nd et X) ; cela donne la valeur de la composante rectangulaire x (un petit x s'affiche en haut à droite de l'écran) ; puis taper **x-y** (avec les touches 2nd et π) et la valeur de la composante rectangulaire y s'affiche

Ce qui donne en coordonnées rectangulaires pour le vecteur $\vec{I}_1$

$\vec{I}_1 = (I_{x1}\ ;\ I_{y1})$, avec les valeurs cela donne $\vec{I}_1 \cong (-0{,}92\ ;\ 0{,}92)$
Donc la composante x vaut -0,92 et la composante y vaut 0,92

Pour le vecteur $\vec{I}_2$

$\vec{I}_2 = 1{,}6 \angle^{45°}$ en coordonnée rectangulaire cela donne $\vec{I}_2 \cong (1{,}13\ ;\ 1{,}13)$
Donc la composante x vaut 1,13 et la composante y vaut 1,13

3ème étape

Additionner ces composantes x et y
La composante x du nouveau vecteur vaut $(I_{x1} + I_{x2}) = (-0{,}92) + (1{,}13) \cong 0{,}21$

et sa composante y vaut $(I_{y_1} + I_{y_2}) = (0{,}92) + (1{,}13) \cong 2{,}05$

Donc les coordonnées rectangulaires du vecteur résultant $\vec{I}_R$ valent :

$\vec{I}_R = (I_{xR}\ ; I_{yR}) \cong (0{,}21\ ;\ 2{,}05)$

4ème étape

Transformer ces composantes rectangulaires en composantes polaires pour trouver la valeur du courant et l'angle résultant de l'addition des 2 courants

30.3 Transformation Rectangulaire - Polaire

La machine à calculer permet de réaliser cette opération

➢ **Transformation Rectangulaire - Polaire**

Taper 0,21 (la valeur de $\vec{I}_{XR}$) puis **x-y** (avec les touches 2nd et π), puis 2,05 (la valeur de $\vec{I}_{YR}$) puis **R►P** (avec les touches 2nd et −) ; l'amplitude $\vec{I}_R$ s'affiche : 2,06 (un petit r s'affiche en haut à droite de l'écran), puis **x-y** (avec les touches 2nd et π) cela affiche la valeur de l'angle φ soit 84,15
Exprimé en coordonnée polaire, $\vec{I}_R \cong 2{,}06 \angle^{84{,}15°}$
Soit un courant de 2,06 A avec un angle de 84,15° par rapport à l'axe x

Mathématiques

Exercice 1

Conversion de composantes rectangulaires en composantes polaires

Calculer les composantes polaires à partir des composantes rectangulaires suivantes

$\vec{a} = (2\,;5) \cong \mathbf{5{,}39} \angle 68{,}2^\circ$

$\vec{I}_1 = (-2\,;4) \cong \mathbf{4{,}47\ A} \angle 116{,}6^\circ$

$\vec{F}_1 = (-2\,;-4) \cong \mathbf{4{,}47\ N} \angle -116{,}6^\circ$

$\vec{U}_1 = (5\,;-3) \cong \mathbf{5{,}83\ V} \angle -31^\circ$

Exercice 2

Conversion de composantes polaires en composantes rectangulaires

Calculer les composantes rectangulaires à partir des composantes polaires suivantes

$\vec{a} = 25 \angle 90^\circ \Rightarrow \vec{a} \cong \mathbf{(0\,;25)}$

$\vec{U}_R = 68\ V \angle 120^\circ \Rightarrow \vec{U}_R \cong \mathbf{(-34\,;58{,}9)}$

$\vec{F}_2 = 48\ N \angle 180^\circ \Rightarrow \vec{F}_2 \cong \mathbf{(-48\,;0)}$

$\vec{Z} = 120\ \Omega \angle 270^\circ \Rightarrow \vec{Z} \cong \mathbf{(0\,;-120)}$

Exercice 3

Addition de composantes rectangulaires

Dans le cercle ci-dessous
Mesurer et noter à l'échelle la valeur des composantes rectangulaires x et y des vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$ (Noter les valeurs en mm pour x et y)

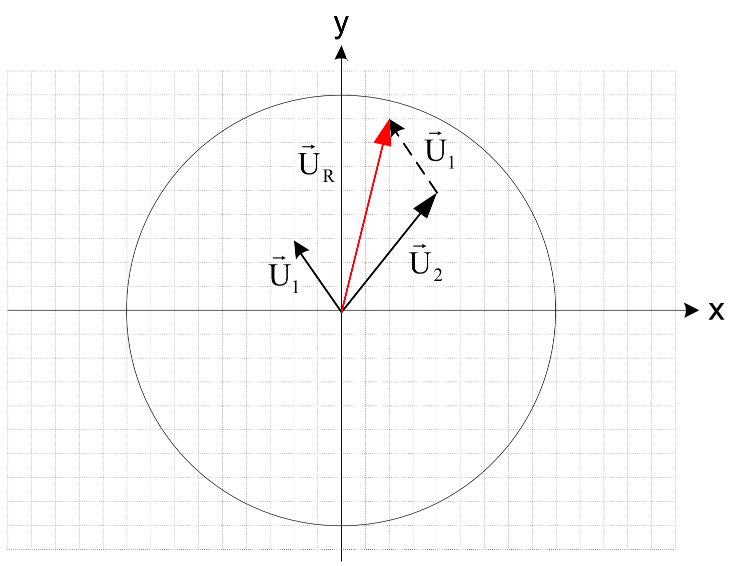
Le vecteur $\vec{U}_1$ vaut $U_{x1} \cong$ **-7** et $U_{y1} \cong$ **9** donc $\vec{U}_1 \cong$ **(-7 ; 9)**

Le vecteur $\vec{U}_2$ vaut $U_{x2} \cong$ **13** et $U_{y2} \cong$ **16** donc $\vec{U}_2 \cong$ **(13 ; 16)**

Calculer les composantes x et y résultant de l'addition des vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$ que l'on nommera $\vec{U}_R$

Le vecteur $\vec{U}_R$ vaut $U_{xR} \cong$ **6** et $U_{yR} \cong$ **25** donc $\vec{U}_R \cong$ **(6 ; 25)**

Additionner les vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$ graphiquement sur le dessin ci-dessous et comparer le résultat de l'addition graphique avec celui de l'addition mathématique



Exercice 4

Mesurer les valeurs (x ; y) des 4 vecteurs ci-dessous et noter les réponses ci-dessous

Pour $\vec{a}$: x ≅ **24** mm y ≅ **14** mm Pour $\vec{b}$: x ≅ **-21** mm y ≅ **24** mm

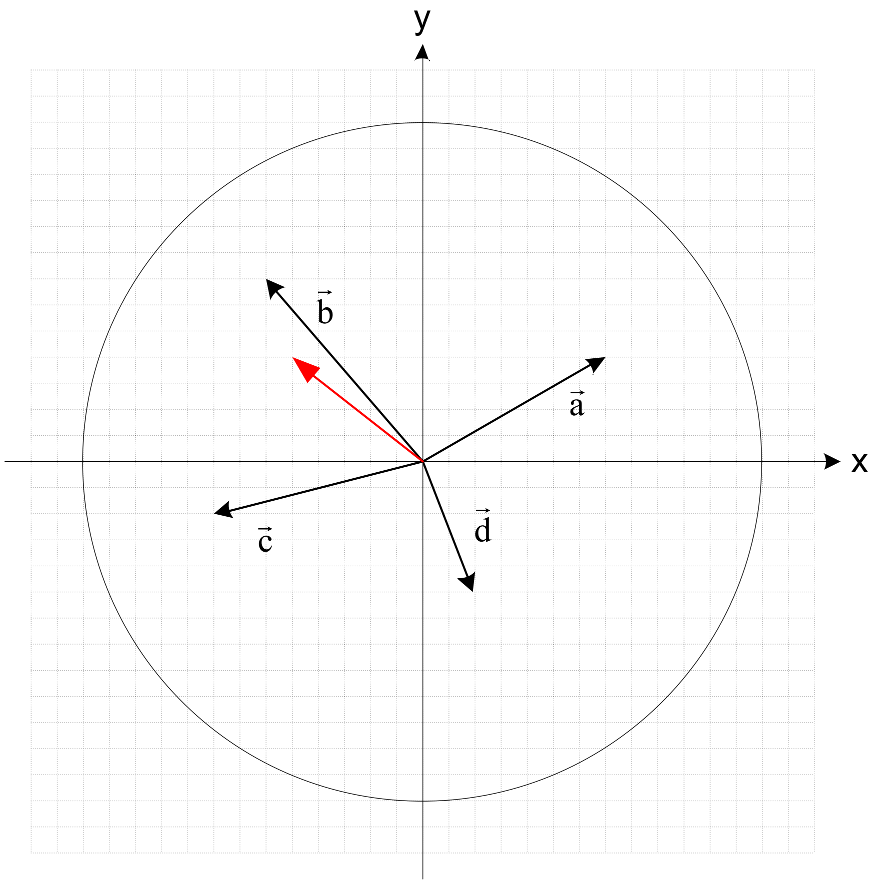
Pour $\vec{c}$: x ≅ **-28** mm y ≅ **-7** mm Pour $\vec{d}$: x ≅ **7** mm y ≅ **-17** mm

Exercice 5

Calculer les composantes polaires (a ; φ) à partir des valeurs mesurées en mm à l'exercice 4 pour les 4 vecteurs ci-dessous et noter les réponses ci-dessous

Pour $\vec{a}$: $\|\vec{a}\|$ ≅ **27,78** mm φ ≅ **30,26°** Pour $\vec{b}$: $\|\vec{b}\|$ ≅ **31,89** mm φ ≅ **131,2°**

Pour $\vec{c}$: $\|\vec{c}\|$ ≅ **28,86** mm φ ≅ **-165,9°** Pour $\vec{d}$: $\|\vec{d}\|$ ≅ **18,38** mm φ ≅ **-67,62°**



Exercice 6

Calculer les composantes rectangulaires et polaires résultant de l'addition des 4 vecteurs et noter les réponses ci-dessous

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$ = (en composante rectangulaire) = **(-18 ; 14)**

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$ = (en composante polaire) = $\mathbf{22{,}8 \angle^{142{,}1^\circ}}$

Exercice 7

Dessiner le vecteur résultant calculé à l'exercice 6 sur le dessin ci-dessus

Exercice 8

Confirmer vos calculs avec une addition *graphique* des 4 vecteurs

Exercice 9

Additionner les tensions suivantes et donner la réponse en composantes polaire

$\vec{U}_1 = 25\ \text{V} \angle 30°$ $\qquad \vec{U}_2 = 125\ \text{V} \angle \frac{11}{10}\pi\ \text{rad}$ $\qquad \vec{U}_3 = 85\ \text{V} \angle 150°$

$\vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 \cong$ **171,6 V** $\angle 175°$

> ***Note :*** $U_1 + U_2 + U_3 \neq \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3$
> Souvent dans l'écriture, la grandeur d'une flèche n'est pas notée, ne pas oublier qu'il s'agit de vecteurs

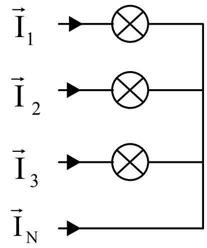
Exercice 10

Le résultat de mesure de courant dans un système triphasé donne

$I_1 = 0{,}40\ \text{A} \angle 0°$ $\qquad$ **$I_1 \cong (0{,}4\ ;\ 0)$** $\qquad$ $I_N \cong$ **(-0,3 ; 0,17)**

$I_2 = 0{,}60\ \text{A} \angle 240°$ $\qquad$ **$I_2 \cong (-0{,}3\ ;\ -0{,}52)$** $\qquad$ **$I_N \cong 344{,}8\ [\text{mA}]$** $\angle 330°$

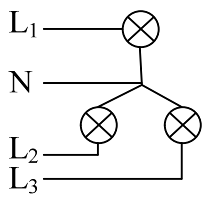
$I_3 = 0{,}80\ \text{A} \angle 120°$ $\qquad$ **$I_3 \cong (-0{,}4\ ;\ 0{,}69)$** $\qquad$ $\vec{I}_N \cong -(\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3)$



Attention : pour le courant dans le neutre, on inverse le sens de 180°
Dessiner ces trois courants à l'échelle ci-dessous et déterminer graphiquement la valeur du courant circulant dans le neutre, confirmer le résultat par un calcul

Exercice 11

Trois ampoules à incandescence de 100 W $_{(L1)}$, 60 W $_{(L2)}$ et 40 W $_{(L3)}$ sont branchées sur un système triphasé 230 V par ampoule. Les angles sont de respectivement de 0° pour $_{(L1)}$; 240° pour $_{(L2)}$ et 120° pour $_{(L3)}$



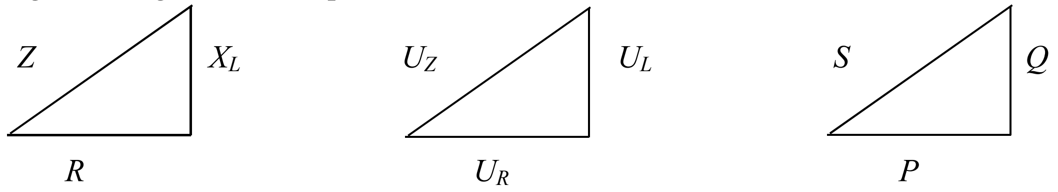
Calculer le courant dans le neutre (I_N) **I_N = 231 [mA]** $\angle 161°$
Prendre comme unité le mA avec 3 chiffres significatifs

$I_{L1} \cong 434$ $\angle 0°$ $\qquad$ ***$I_{L2} \cong 260$*** $\angle 240°$ $\qquad$ ***$I_{L3} \cong 173$*** $\angle 120°$

$I_{L1} \cong (434\ ;\ 0)$ $\qquad$ *$I_{L2} \cong (-130\ ;\ -225)$* $\qquad$ *$I_{L3} \cong (-86{,}5\ ;\ 150)$* $\qquad$ *$I_n \cong (218\ ;\ -75)$*

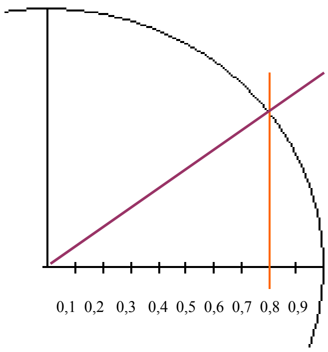
31 Résolution de problème graphiquement

En électricité alternative monophasée, il faut régulièrement résoudre des problèmes de triangle rectangle. Par exemple dans un circuit RL série



Résoudre ces problèmes soit par calcul soit à l'aide d'un graphique en superposant les caractéristiques du circuit électrique et le cercle trigonométrique (unitaire)

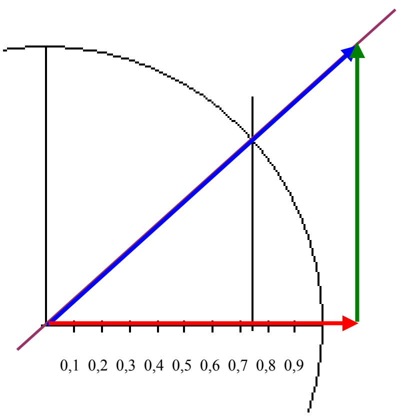
Tout exercice commence par le dessin du cercle trigonométrique d'un rayon de 1. Graduer l'axe que l'on veut utiliser, généralement l'horizontale pour le cosinus, de 0 à 1
Par exemple tracer **un axe vertical à la valeur 0,8** jusqu'à l'intersection avec le cercle unitaire et **relier ce point à l'origine du cercle**, alors le cosinus de l'angle formé avec cette **droite** et l'axe horizontal vaut 0,8



Exemple 1

La tension d'alimentation U_Z d'un circuit RL série vaut 230 V avec un cos phi de 0,75

Que valent les tensions U_R et U_L ?
1° Tracer l'axe vertical à la valeur 0,75
2° **Tracer la droite dont l'angle a comme cos 0,75**
3° **Cette droite donne la pente de U_Z, superposer à cette droite le vecteur U_Z = 230 V**
4° **Tracer un vecteur vertical dont l'origine est sur l'axe horizontal et la flèche à l'extrémité de U_Z Ce vecteur est le vecteur U_L**
5° **Tracer un vecteur horizontal dont l'origine est la base du vecteur U_Z et la flèche est à l'origine du vecteur U_L. Ce vecteur est le vecteur U_R**
6° Mesurer U_R : 4,1 cm => **171** V
et U_L : 3,7 cm => **155** V

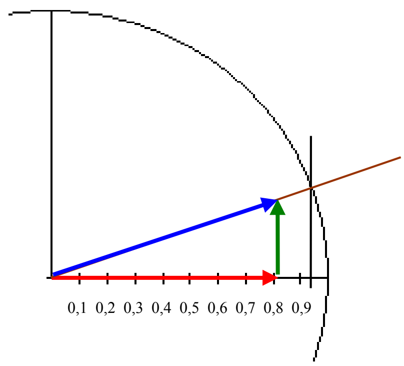


échelle : 1 cm = 41,65 V

Exemple 2

Que vaut l'impédance Z et le cos phi d'un circuit série dont R = 30 Ω et X_L = 10 Ω ? ***Respecter l'échelle***

1° **Tracer *R* sur l'axe horizontal**
2° **Tracer X_L vertical au bout de *R***
3° **Tracer Z**
4° **Prolonger si nécessaire son axe jusqu'au cercle unitaire**
5° Du point de croisement, abaisser une verticale sur l'axe horizontal et lire la valeur du cosinus : **0,95**



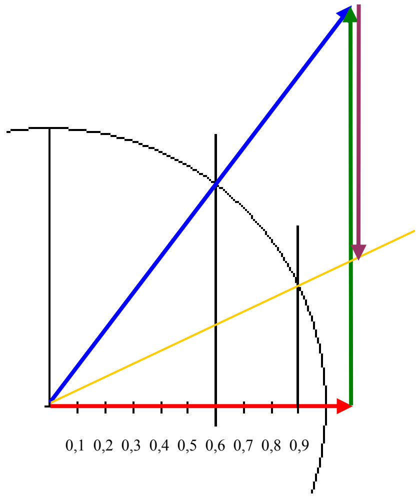
échelle : 1 cm = 10 Ω

Exemple 3

Un moteur d'une puissance utile de 40 kW a un facteur de puissance (cosinus phi) de 0,6
Quelle est la quantité de puissance réactive capacitive Q_C à installer pour avoir un cosinus phi au réseau de 0,9 ?

1° Tracer ***P***, ***Q*** et ***S*** du moteur
2° **Tracer le nouvel angle pour un cos de 0,9**
3° **Tracer *Q_C*** et mesurer sa longueur
3,2 cm => 32 kvar

Note
La puissance réactive capacitive Q_C est de sens opposé à la puissance réactive inductive Q_L



échelle : 1 cm = 10 kW / kVA / kvar

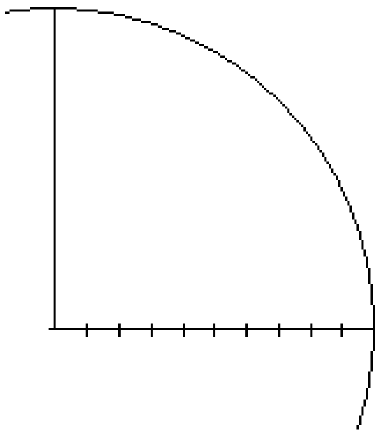
Info : *Une* **démonstration** *"pas à pas" est disponible sur Internet à l'adresse :*
www.installations-electriques.net/cours/trigo.ppt

Exercice 1

La tension d'alimentation aux bornes d'un circuit RL série est de 230 V
La tension U_L vaut 115 V

Prendre la valeur de 230 V comme rayon

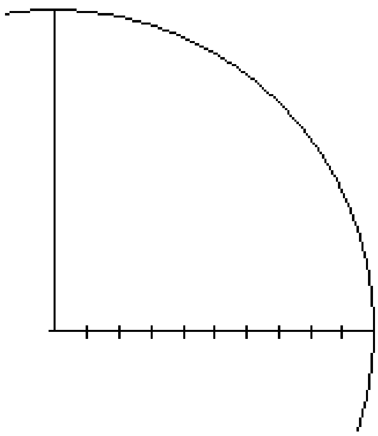
Que vaut U_R ? **199 V**
Que vaut le cosinus phi ? **0,866**



Exercice 2

Une installation utilise une puissance P de 50 kW avec un cosinus phi de 0,6

Que vaut le nouveau facteur de puissance après l'enclenchement d'un groupe de chauffage de 20 kW ? **0,72**



32 Logarithme

Le logarithme d'un nombre est la puissance à laquelle il faut élever un autre nombre **a** (appelé base) pour obtenir le nombre donné

La fonction logarithme $f(x) = \log_a x$ est l'inverse de la fonction exponentielle

Fonction exponentielle : $y = \mathbf{a}^x$
Fonction logarithme : $\log_\mathbf{a} y = x$ **a** représente la base

32.1 Logarithme décimal

Le logarithme employé dans ce cours est le logarithme **décimal** (avec une base **a** qui vaut 10) il s'écrit $\mathbf{log_{10}}$ ou **log**
C'est la notation **log** qui **est utilisée** dans ce cours

Le logarithme décimal est la fonction réciproque de la fonction $f(x) = 10^x$

Pour $x > 0$, si $y = \log_{10}(x)$ alors $x = 10^y$

Exemple : Calculer le logarithme de 1000

- Manipulation de la machine à calculer, taper 1000 puis log = la réponse est **3**

Exemple : Quel est le nombre dont le logarithme vaut 3 ?

- Manipulation de la machine à calculer, taper 3 10^x (touches 2nd log) la réponse est **1000**

En résumé, le logarithme (décimal) d'un nombre indique combien de fois **10 est multiplié par lui-même** pour obtenir ce nombre
Log de 1000 = 3 car 10 multiplié 3 fois par lui-même donne 1000 $\Rightarrow 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

Attention : comme le log de 40 vaut : 1,6, cela veut dire que 10 est multiplié 1,6 fois par lui-même (Ce qui est difficile à comprendre)

Rappel

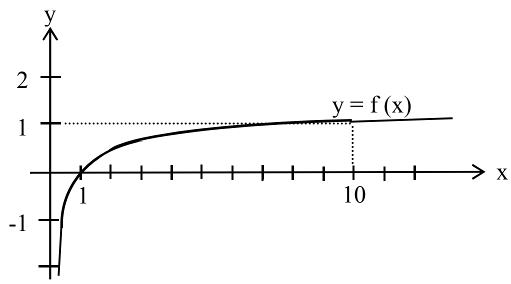
$\log a \cdot b = \log a + \log b$	$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$
$\log a^b = b \log a$	$\log \sqrt[b]{a} = \frac{\log a}{b}$

32.2 Représentation graphique des logarithmes

Le calcul avec les logarithmes permet de couvrir une grande plage de valeurs et de les représenter facilement sur des systèmes d'axes. Il est possible d'obtenir des courbes qui donnent une image graphique des calculs successifs.
L'image graphique résultante est appelée fonction

y = f (x) et se dit y est fonction de x

Si $x = 1$ alors $y = 0$
Si $x = 0$ alors $y \rightarrow -\infty$
(Toujours plus proche de zéro, plus (petit)
Il est admis que $x = 0$ n'a pas d'image logarithmique
n'existe pas



32.3 Echelle logarithmique

C’est une alternative à l'échelle linéaire. Dans l’étude d’un phénomène utilisant une gamme étendue de valeurs, l'échelle linéaire est mal adaptée. Il est plus judicieux d’utiliser une échelle logarithmique qui espace les valeurs faibles et rapproche les valeurs fortes.

32.4 Construction d'une échelle logarithmique

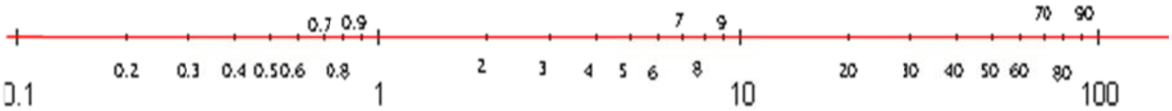
Dans ce système de graduation, le nombre étiqueté **n** est placé à une distance log(n) de l'origine

La distance qui sépare 1 de 10 est **la même** que celle qui sépare **10 de 100** et **0,1 de 1** car log (100) – log (10) = log (10) – log (1) = log (1) – log (0,1)

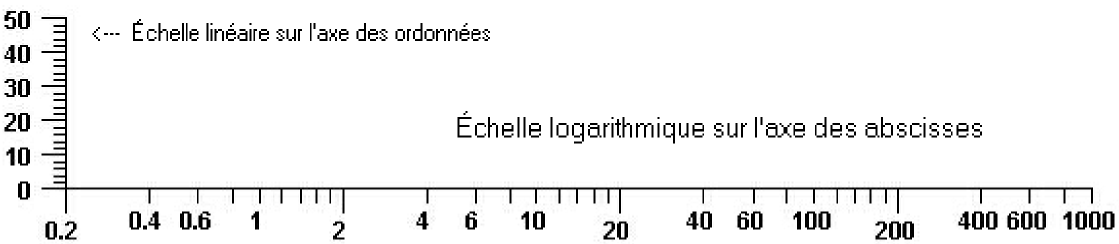
Chacun de ces intervalles s'appelle un **module**

La distance qui sépare 1 de 2 est égale à celle qui sépare 10 de 20 mais est **supérieure** à celle qui sépare **2 de 3** car log (2) – log (1) = log (20) – log (10) > log (3) – log (2)

Cela induit une sorte d’irrégularité récurrente dans les graduations



32.5 Comparaison d'une échelle linéaire et d'une échelle logarithmique



Le schéma ci-dessus permet de visualiser les deux types d'échelles

Pour l'échelle linéaire, deux graduations dont **la différence vaut 10** sont à distance constante

Pour l'échelle logarithmique, deux graduations **dont le rapport vaut 10** sont à distance constante

33 Le bel et les décibels

33.1 Histoire des bels et décibels

Le bel (symbole B) est utilisé dans les télécommunications, l'électronique, et l'acoustique. Inventé par des ingénieurs des laboratoires Bell pour mesurer la réduction du signal audio sur une distance d'un mile (1,609 km sur terre), longueur standard d'un câble de téléphone. Il était appelé "unité de transmission" à l'origine, ou *TU* (en anglais), mais fut renommé dans les années 1920 en l'honneur du fondateur du laboratoire et pionnier des télécoms, **Alexander Graham Bell**

33.2 *Définition*

Le bel est l'unité du logarithme décimal (base 10) d'un rapport $\Rightarrow \log\frac{x}{y}$ B

Ce rapport étant très grand, on utilise le décibel qui correspond au dixième du bel

$\Rightarrow 10 \cdot \log\frac{x}{y}$ dB

33.3 *Le décibel comme unité de mesure absolue*

Le décibel est utilisé comme unité du rapport de puissance ou de tension, il est aussi utilisé pour exprimer des niveaux de puissance, de tension et de pression acoustique.
Il existe d'autres valeurs pour exprimer des niveaux, ils ne sont pas étudiés dans ce cours.

34 Les niveaux

Les niveaux s'expriment en **dB**…, à la place des 3 petits points, il est indiqué la référence utilisée. Voir chapitre 34 – 36 – 38
Les niveaux indiquent une valeur donnée comparée à une valeur de référence

35 Les niveaux en puissance

Le m de dB_m indique que la puissance utilisée comme référence est de 1 milliwatt

Une puissance de référence de 1 **mW** est utilisée pour des niveaux exprimés en $\mathbf{dB_m}$
1 mW = 0 $\mathbf{dB_m}$

$\mathbf{N_P}$ $\Rightarrow$ niveau en puissance
La lettre **N** indique qu'il s'agit d'un niveau et l'indice **p** indique une puissance

35.1 *Calcul du niveau en puissance*

Pour exprimer une puissance (P en watt) en niveau (Np en dB_m), calculer le logarithme du quotient de la puissance mesurée divisée par la puissance de référence, puis multiplier le résultat par **10**

$$N_P = 10 \cdot \log\frac{P_{mesurée}}{P_{réf}}\ dB_m = 10 \cdot \log\frac{P_{mesurée}}{1mW}\ dB_m$$

Exemple :

Exprimer le niveau en dB_m d'une puissance de 10 mW

$$N_P = 10 \cdot \log\frac{10 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 10 \cdot \log 10 = 10 \cdot 1 = 10\ dB_m$$

Attention

Une valeur négative exprime une valeur inférieure à la valeur de référence

Exemple :

Exprimer le niveau en dB_m d'une puissance de 0,01 mW

$$N_P = 10 \cdot \log\frac{0{,}01 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 10 \cdot \log 0{,}01 = 10 \cdot (-2) = -20\ dB_m$$

36 Amplification et gain en puissance

36.1 *Amplification en puissance*

Pour exprimer l'amplification en puissance $\mathbf{A_P}$ d'un amplificateur, diviser la puissance de sortie par celle d'entrée. Ce rapport n'a pas d'unité

$A_P = \frac{P_s}{P_e}$ **P_s** : Puissance de sortie **P_e** : Puissance d'entrée

Exemple :
Calculer l'amplification d'un amplificateur ayant une puissance d'entrée de 1 mW et une puissance de sortie de 1 W

Amplification en puissance de l'amplificateur : $A_P = \frac{P_s}{P_e} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-3}} = 1000$

Attention

Une réponse donnant la valeur 1 indique la même quantité à la sortie et à l'entrée
Une réponse en dessous de 1 indique une atténuation entre la sortie et l'entrée

36.2 *Gain en puissance*

On ne parle plus d'amplification, mais de gain lorsqu'on utilise des décibels comme unité

La lettre **G** indique un gain, l'indice $_\mathbf{P}$ indique une puissance

Pour exprimer le gain en puissance $\mathbf{G_P}$ d'un amplificateur en dB, calculer le logarithme de l'amplification et multiplier le résultat par **10**

$\mathbf{G_P} = 10 \cdot \log A_p$ ou $10 \cdot \log \frac{P_s}{P_e}$

Exemple :

Calculer le gain d'un amplificateur ayant une puissance d'entrée de 10 mW et une puissance de sortie de 100 W

Gain de l'amplificateur en décibel : $G_P = 10 \cdot \log \frac{P_s}{P_e} = 10 \cdot \log \frac{100}{10 \cdot 10^{-3}} = 40 \text{ dB}$

Attention

Une réponse donnant la valeur 0 indique la même quantité à la sortie et à l'entrée
Une valeur négative exprime un affaiblissement entre la sortie et l'entrée

Calculer le gain d'une table de mixage ayant une puissance d'entrée de 100 mW et une puissance de sortie de 10 mW

Gain de la table de mixage : $G_P = 10 \cdot \log \frac{P_s}{P_e} = 10 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} = -10 \text{ dB}$

Il s'agit d'un affaiblissement

36.3 *Calcul du gain en puissance avec des différences de niveau*

Pour calculer le gain en puissance $\mathbf{G_P}$ d'un amplificateur en dB, soustraire son niveau d'entrée à celui de sortie

36.4 *Formule du gain en dB*

Gain de l'amplificateur : $\mathbf{G_P} = N_{Ps} - N_{Pe}$

Le **s** de N_{Ps} veut dire sortie et le **e** de N_{Pe} veut dire entrée

Exemple :

Calculer le gain d'un amplificateur dont N_{Ps} vaut 80 dB_m et N_{Pe} 20 dB_m

$G_P = N_{Ps} - N_{Pe} = 80\ dB_m - 20\ dB_m = 80 - 20 = 60\ dB$

36.5 *Amplificateurs montés en cascade*

Pour connaître le gain total en puissance (exprimé en dB) de plusieurs amplificateurs montés en cascade (en série), additionner le gain de chaque amplificateur

Les gains en puissance **s'additionnent** et s'expriment en dB

Exemple :

Calculer le gain total en puissance de 4 amplificateurs montés en séries ayant les caractéristiques suivantes

$\mathbf{G_{P1}} = 20$ dB ; $\mathbf{G_{P2}} = 10$ dB ; $\mathbf{G_{P3}} = 15$ dB ; $\mathbf{G_{P4}} = 25$ dB

Gain total : $G_{P1} + G_{P2} + G_{P3} + G_{P4} = 20 + 10 + 15 + 25 = 70$ dB

36.6 *Rappel*

Gain en puissance $\mathbf{G_P}$ d'un amplificateur (en dB) $\mathbf{G_P = 10 \cdot \log A_p = 10 \cdot \log \frac{P_s}{P_e}}$

Ou soustraire le niveau d'entrée au niveau de sortie de l'amplificateur $\mathbf{G_P = N_{Ps} - N_{Pe}}$

Attention

Une réponse donnant la valeur 0 indique la même quantité à la sortie et à l'entrée

Une valeur négative indique un affaiblissement entre la sortie et l'entrée

36.7 *Formules transformées*

Pour calculer une valeur (puissance en watt) d'entrée ou de sortie en connaissant le gain

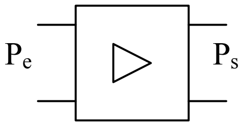
$$P_s = 10^{\left(\frac{G_P}{10}\right)} \cdot P_e \qquad\qquad P_e = \frac{P_s}{10^{\left(\frac{G_P}{10}\right)}}$$

Pour calculer une valeur (puissance en watt) à partir d'un niveau en puissance (dB_m)

$$P = 10^{\left(\frac{N_P}{10}\right)} \cdot P_{réf} = 10^{\left(\frac{N_P}{10}\right)} \cdot (1 \cdot 10^{-3})$$

Exercice 1

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie en dB_m de cet amplificateur

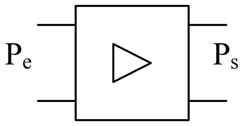


a) $P_e = 1$ W $P_s = 2$ W $\mathbf{N_{Pe} = 30\ dB_m}$ $\mathbf{N_{Ps} = 33\ dB_m}$

b) $P_e = 2$ W $P_s = 4$ W $\mathbf{N_{Pe} = 33\ dB_m}$ $\mathbf{N_{Ps} = 36\ dB_m}$

Exercice 2

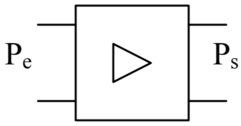
Calculer les niveaux d'entrée et de sortie en dB_m de cet amplificateur



$P_e = 10$ W $P_s = 100$ W $\mathbf{N_{Pe} = 40\ dB_m}$ $\mathbf{N_{Ps} = 50\ dB_m}$

Exercice 3

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie en dB_m de cet amplificateur



$P_e = 2$ W $P_s = 200$ W $\mathbf{N_{Pe} = 33\ dB_m}$ $\mathbf{N_{Ps} = 53\ dB_m}$

Exercice 4

Calculer l'amplification et le gain en dB d'un amplificateur dont les caractéristiques sont

$P_e = 1$ W $P_s = 2$ W **3 dB**

$P_e = 2$ W $P_s = 4$ W **3 dB**

Exercice 5

Calculer l'amplification et le gain en dB d'un amplificateur dont les caractéristiques sont

$P_e = 10$ W $P_s = 100$ W **10 dB**

Exercice 6

Calculer l'amplification et le gain en dB d'un amplificateur dont les caractéristiques sont

$P_e = 2$ W $P_s = 200$ W   **20 dB**

Exercice 7

Que constatez-vous concernant les gains calculés aux exercices 4 à 6

P double $\Rightarrow$ 3 dB   P 10x $\Rightarrow$ 10 dB   P 100x $\Rightarrow$ 20 dB

Exercice 8

Avec les niveaux calculés à l'exercice No 1, calculer le gain de l'amplificateur **3 dB**

Exercice 9

Avec les niveaux calculés à l'exercice No 2, calculer le gain de l'amplificateur **10 dB**

Exercice 10

Avec les niveaux calculés à l'exercice No 3, calculer le gain de l'amplificateur **20 dB**

Exercice 11

Comparer les gains calculés des exercices 4 et 8 ; 5 et 9 ; 6 et 10 **Identique**

Exercice 12

Calculer les niveaux au point A et D du montage suivant

Le gain de l'amplificateur vaut 12 dB $\mathbf{G_{PA} = (2{,}2 dB_m) - (4\ dB_m) = -\,1{,}8\ dB_m}$

Le gain du préamplificateur vaut 4 dB

Le niveau au point B est de + 2,2 dB_m

Le niveau au point C est de – 3,8 dB_m $\mathbf{G_{PD} = (-3{,}8 dB_m) + (12\ dB_m) = 8{,}2\ dB_m}$

Le gain total du montage $\mathbf{G_{Ptot} = 4 + (-3{,}8 - 2{,}2) + 12 = 10\ dB}$

37 Les niveaux en tension

Le μV de $dB_{\mu V}$ indique que la tension de référence utilisée est de 1 microvolt

Une tension de référence de **1µV** est utilisée pour des niveaux exprimés en $\mathbf{dB_{\mu V}}$

$0\ dB_{\mu V} = 1\ \mu V$

$N_U \Rightarrow$ niveau en tension
La lettre **N** indique qu'il s'agit d'un niveau et l'indice **u** indique une tension

Attention
Normalement, on ne travaille qu'avec des puissances, mais lorsque dans toute la chaine d'un montage l'impédance est la même, on peut alors travailler avec des tensions.
C'est le cas avec la distribution des signaux de téléréseau ou d'antenne, car l'impédance normalisée est de 75 Ω sur toute la ligne.

Lors du dimensionnement d'une distribution de téléréseau, il est utile de connaître le niveau de tension de sortie de l'amplificateur

37.1 Calcul du niveau en tension

Pour exprimer une tension (U en volt) en niveau (Nu en $dB_{\mu V}$), calculer le logarithme du quotient de la tension mesurée divisée par la tension de référence, puis multiplier le résultat par **20**

$$N_U = 20 \cdot \log \frac{U_{mesurée}}{U_{réf}}\ dB_{\mu V} \quad = \quad 20 \cdot \log \frac{U_{mesurée}}{1\mu V}\ dB_{\mu V}$$

Exemple :

Exprimer en $dB_{\mu V}$ une tension de 10 mV mesurée à la sortie d'un amplificateur

$$N_U = 20 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} = 20 \cdot \log 10\,000 = 20 \cdot 4 = 80\ dB_{\mu V}$$

Le niveau de sortie de cet amplificateur est de 80 $dB_{\mu V}$

Attention

Une valeur négative exprime une valeur inférieure à la valeur de référence

Exemple :

Exprimer en $dB_{\mu V}$ une tension de 100 nV mesurée à la sortie d'une d'antenne

$$N_U = 20 \cdot \log \frac{100 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-6}} = 20 \cdot \log 0{,}1 = 20 \cdot (-1) = -20\ dB_{\mu V}$$

Le niveau de sortie de cette antenne est de -20 $dB_{\mu V}$

38 Amplification et gain en tension

38.1 Amplification en tension

Pour exprimer l'amplification en tension $\mathbf{A_U}$ d'un amplificateur, diviser la tension de sortie par celle d'entrée. Ce rapport n'a pas d'unité

$A_U = \frac{U_s}{U_e}$	$\mathbf{U_s}$: Tension de sortie	$\mathbf{U_e}$: Tension d'entrée

Exemple :

Calculer l'amplification en tension d'un amplificateur ayant une tension d'entrée de 1 mV et une tension de sortie de 1 V

Amplification en tension de l'amplificateur : $A_U = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-3}} = 1000$

Attention

Une réponse donnant la valeur 1 indique la même quantité à la sortie et à l'entrée
Une réponse en dessous de 1 indique une atténuation entre la sortie et l'entrée

38.2 Gain en en tension

On ne parle plus d'amplification, mais de gain lorqu'on utilise des décibels comme unité

La lettre **G** indique un gain et l'indice $_U$ indique une tension

Pour exprimer le gain tension $\mathbf{G_U}$ d'un amplificateur en dB, calculer le logarithme de l'amplification et multiplier le résultat par **20**

$\mathbf{G_U} = 20 \cdot \log A_u$	ou	$20 \cdot \log \frac{U_s}{U_e}$

Exemple :

Calculer le gain en tension d'un amplificateur ayant une tension d'entrée de 1 µV et une tension de sortie de 1 mV

Gain de l'amplificateur en décibel : $G_U = 20 \cdot \log \frac{U_s}{U_e} = 20 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 60 \text{ dB}$

Attention

Une réponse donnant la valeur 0 indique la même quantité à la sortie et à l'entrée
Une valeur négative exprime un affaiblissement entre la sortie et l'entrée

Exemple :

Calculer le gain d'un montage ayant une tension d'entrée de 100 mV et une tension de sortie de 10 mV

Gain du montage : $G_U = 20 \cdot \log \frac{U_s}{U_e} = 20 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} = -20 \text{ dB}$

Il s'agit d'un affaiblissement

38.3 Calcul du gain en tension avec des différences de niveau

Pour calculer le gain en tension $\mathbf{G_U}$ d'un amplificateur en dB, soustraire son niveau d'entrée à celui de sortie

38.4 Formule du gain en dB

$$G_U = N_{Us} - N_{Ue}$$

Le **s** de N_{Us} veut dire sortie et le **e** de N_{Ue} veut dire entrée

Exemple :

Calculer le gain d'un amplificateur dont N_{Us} vaut 80 $dB_{\mu V}$ et N_{Ue} 20 $dB_{\mu V}$

$G_U = N_{Us} - N_{Ue} = 80\ dB_{\mu V} - 20\ dB_{\mu V} = 80 - 20 = 60$ dB

38.5 Amplificateurs montés en cascade

Pour connaître le gain total en tension (exprimé en dB) de plusieurs amplificateurs montés en cascade (en série), additionner le gain de chaque amplificateur

Les gains en tension **s'additionnent** et s'exprime en dB

Exemple :

Calculer le gain total en puissance de 4 amplificateurs montés en séries ayant les caractéristiques suivantes

$\mathbf{G_{U1}} = 65$ dB ; $\mathbf{G_{U2}} = 55$ dB ; $\mathbf{G_{U3}} = 35$ dB ; $\mathbf{G_{U4}} = 45$ dB

Gain total : $G_{U1} + G_{U2} + G_{U3} + G_{U4} = 65 + 55 + 35 + 45 = 200$ dB

38.6 Rappel

Gain en tension $\mathbf{G_U}$ d'un amplificateur (en dB) $\mathbf{G_U = 20 \cdot \log A_U = 20 \cdot \log \frac{U_s}{U_e}}$

Ou soustraire le niveau d'entrée au niveau de sortie de l'amplificateur $\mathbf{G_U = N_{Us} - N_{Ue}}$

Attention

Une réponse donnant la valeur 0 indique la même quantité à la sortie et à l'entrée

Une valeur négative indique un affaiblissement entre la sortie et l'entrée

38.7 Formules transformées

Pour calculer une valeur (tension en volt) d'entrée ou de sortie en connaissant le gain

$$U_s = 10^{\left(\frac{G_U}{20}\right)} \cdot U_e \qquad U_e = \frac{U_s}{10^{\left(\frac{G_U}{20}\right)}}$$

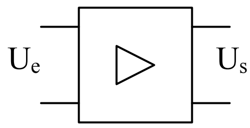
Pour calculer une valeur (tension en volt) à partir d'un niveau en tension (dBµV)

$$U = 10^{\left(\frac{N_U}{20}\right)} \cdot U_{réf} = 10^{\left(\frac{N_U}{20}\right)} \cdot (1 \cdot 10^{-6})$$

Mathématiques

Exercice 1

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie en $dB_{\mu V}$ de cet amplificateur

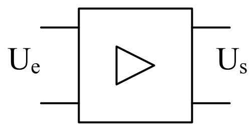


a) $U_e = 1$ V $P_s = 2$ V **$N_{Ue} = 120\ dB_{\mu V}$ $N_{Us} = 126\ dB_{\mu V}$**

b) $U_e = 2$ V $P_s = 4$ V **$N_{Ue} = 126\ dB_{\mu V}$ $N_{Us} = 132\ dB_{\mu V}$**

Exercice 2

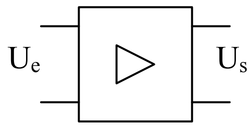
Calculer les niveaux d'entrée et de sortie en $dB_{\mu V}$ de cet amplificateur



$U_e = 10$ V $U_s = 100$ V **$N_{Ue} = 140\ dB_{\mu V}$ $N_{Us} = 160\ dB_{\mu V}$**

Exercice 3

Calculer les niveaux d'entrée et de sortie en $dB_{\mu V}$ de cet amplificateur



$U_e = 2$ V $U_s = 200$ V **$N_{Ue} = 126\ dB_{\mu V}$ $N_{Us} = 166\ dB_{\mu V}$**

Exercice 4

Calculer l'amplification et le gain en dB d'un amplificateur dont les caractéristiques sont

a) $U_e = 1$ V $U_s = 2$ V **6 dB**

b) $U_e = 2$ V $U_s = 4$ V **6 dB**

Exercice 5

Calculer l'amplification et le gain en dB d'un amplificateur dont les caractéristiques sont

$U_e = 10$ V $U_s = 100$ V **20 dB**

Exercice 6

Calculer l'amplification et le gain en dB d'un amplificateur dont les caractéristiques sont

$U_e = 2$ V $U_s = 200$ V **40 dB**

Exercice 7

Que constatez-vous concernant les gains calculés aux exercices 4 à 6

U double $\Rightarrow$ 6 dB U 10x $\Rightarrow$ 20 dB U 100x $\Rightarrow$ 40 dB

Exercice 8

Avec les niveaux calculés à l'exercice No 1, calculer le gain de l'amplificateur **6 dB**

Exercice 9

Avec les niveaux calculés à l'exercice No 2, calculer le gain de l'amplificateur **20 dB**

Exercice 10

Avec les niveaux calculés à l'exercice No 3, calculer le gain de l'amplificateur **40 dB**

Exercice 11

Comparer les gains calculés des exercices 4 et 8 ; 5 et 9 ; 6 et 10 **Identique**

Exercice 12

Calculer les niveaux au point A et D du montage suivant

Le gain de l'amplificateur vaut 12 dB **$G_{UA} = 2{,}2 - 4 = -1{,}8\ dB_{\mu V}$**

Le gain du préamplificateur vaut 4 dB

Le niveau au point B est de + 2,2 $dB_{\mu V}$

Le niveau au point C est de – 3,8 $dB_{\mu V}$ **$G_{UD} = -3{,}8 + 12 = 8{,}2\ dB_{\mu V}$**

Le gain total du montage **$G_{Utot} = 4 + (-3{,}8 - 2{,}2) + 12 = 10$ dB**

39 Les niveaux en intensité acoustique

Le SL de dB$_{SL}$ indique que l'intensité acoustique utilisée comme référence est de
1 picowatt par m^2

Une puissance de référence de 1 pW/m^2 est utilisée pour des niveaux exprimés en **dB$_{SL}$**

0 dB$_{SL}$ = 1 pW/m^2 **Il s'agit du seuil de l'audition**

N$_{SL}$ $\Rightarrow$ niveau en dB$_{SL}$
La lettre **N** indique qu'il s'agit d'un niveau et l'indice **SL** indique une intensité acoustique

Note : SL veut dire Sound Level

39.1 Calcul d'une intensité acoustique

Pour exprimer une intensité acoustique (I en pW/m^2) en niveau (N$_{SL}$ en dB$_{SL}$), calculer le logarithme du quotient de l'intensité mesurée divisée par l'intensité de référence, puis multiplier le résultat par **10**

$$N_{SL} = 10 \cdot \log \frac{I_{mesurée}}{I_{réf}} \text{ dB}_{SL} \quad = \quad 10 \cdot \log \frac{I_{mesurée}}{1\text{pW}/\text{m}^2} \text{ dB}_{SL}$$

Exemple :

Exprimer le niveau en dB$_{SL}$ d'une intensité acoustique de 10 nW/m^2

$$N_{SL} = 10 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-12}} = 10 \cdot \log 10000 = 10 \cdot 4 = 40 \text{ dB}_{SL}$$

39.2 Pour info

Le tableau ci-dessous indique différents niveaux correspondants à des intensités de sources sonores auxquelles nous pouvons être soumis

0 dB$_{SL}$	**seuil d'audition**	**60 dB$_{SL}$**	**conversation vive**
5 dB$_{SL}$	**chambre muette (anéchoïde)**	**80 dB$_{SL}$**	**rue bruyante**
10 dB$_{SL}$	**laboratoire d'acoustique**	**90 dB$_{SL}$**	**discothèque**
20 dB$_{SL}$	**studio d'enregistrement**	**100 dB$_{SL}$**	**marteau piqueur à 2 mètres**
30 dB$_{SL}$	**résidence tranquille**	**110 dB$_{SL}$**	**atelier de chaudronnerie**
40 dB$_{SL}$	**conversation normale**	**120 dB$_{SL}$**	**réacteur d'avion à 10 mètres**
50 dB$_{SL}$	**musique douce**	**140 dB$_{SL}$**	**seuil intolérable**

Source : http://www.epsic.ch/cours/electronique/techn99/acous/aqvoitxt.html
AQ3.5 Niveau physique et niveau physiologique

39.3 Formule transformée

Pour calculer une valeur (intensité acoustique en pW/m^2) à partir d'un niveau (dB$_{SL}$)

$$I = 10^{\left(\frac{N_{SL}}{10}\right)} \cdot I_{réf} = 10^{\left(\frac{N_{SL}}{10}\right)} \cdot (1 \cdot 10^{-12})$$

Mathématiques

Exercice 1

L'intensité acoustique du son mesuré dans une discothèque est de $1 \cdot 10^{-5}$ W/m^2
Calculer le niveau en dB_{SL} correspondant $\mathbf{N_{PSL} = 70\ dB_{SL}}$

Exercice 2

Vous possédez un amplificateur de 40 W, le niveau acoustique mesuré à 1 m de l'enceinte vaut 90 dB_{SL}

a) Calculer le niveau acoustique si vous remplacer l'amplificateur de 40 W par un amplificateur de 80 W ? **Double en puissance = +3 dB donc :** $\mathbf{N_{PSL} = 93\ dB_{SL}}$

b) Quelle puissance doit avoir l'amplificateur pour obtenir un niveau de 100 dB_{SL}

$\mathbf{\Delta_P = 100\ dB - 90\ dB = 10\ dB \Rightarrow}$ **10 x en puissance donc : 10 x 40 W = 400 W**

c) Combien d'amplificateurs identiques de 40 W sont-ils nécessaires pour obtenir un niveau de 99 dB_{SL} ? **3 x 3dB (le double) donc : 2 x 2 x 2 = 8 amplis**

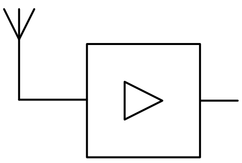
Exercice 3

Calculer la puissance d'un laser dont le niveau de sortie vaut 14 dB_m

$$\mathbf{N_P = 10 \log \frac{P_1}{1mW}} \qquad \mathbf{P = 10^{\frac{14}{10}} \cdot (1 \cdot 10^{-3}) \cong 25{,}11\ mW}$$

Exercice 4

On mesure une tension de 1500 µV à la sortie de cet amplificateur, calculer son niveau à l'entrée en $dB_{\mu V}$ et en dB_m sachant que le gain de l'amplificateur G_U est de 20 dB



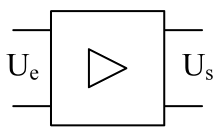
L'impédance normalisée est de 75 Ω
$\mathbf{N_{Us} \cong 63{,}52\ dB_{\mu V}}$
$\mathbf{N_{Ue} \cong 43{,}52\ dB_{\mu V}}$
Ue = 150 µV **Pe = 300 pW**
$\mathbf{N_{Pe} \cong -65{,}23\ dB_m}$

Exercice 5

Calculer le niveau d'entrée de cet amplificateur en $dB_{\mu V}$ $G_U = 100$ dB $U_s = 1$ V

$\mathbf{N_{Us} = 120\ dB_{\mu V}}$ $\mathbf{N_{Ue} = 20\ dB_{\mu V}}$

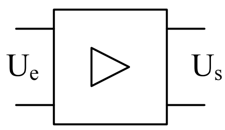
$$\mathbf{U_e = 10^{\frac{20}{20}} \cdot (1 \cdot 10^{-6}) = 10\ \mu V}$$



Exercice 6

Calculer la tension d'entrée d'un amplificateur $G_U = 18$ dB $U_s = 1$ µV

$\mathbf{U_s = 1\ \mu V}$ $\mathbf{N_{Us} = 0\ dB_{\mu V}}$ $\mathbf{N_{Ue} = 0 - 18 = -18\ dB_{\mu V}}$



$$\mathbf{U_e \cong 10^{\frac{-18}{20}} \cdot 1\mu V \cong 125{,}9\ nV}$$

ou - 18 $\mathbf{dB_{\mu V} \Rightarrow 1\mu V : 2 : 2 : 2 = 125\ nV}$