Algèbre, transformations de formules :

$I = \frac{U}{R}$ $\qquad U =$

$R = \frac{U}{I}$ $\qquad U =$

$P = UxI$ $\qquad I =$

$A = \frac{\Pi \times d^2}{4}$ $\qquad d^2 =$

$A = \frac{\Pi \times d^2}{4}$ $\qquad d =$

$R = \frac{\rho \times l}{A}$ $\qquad A =$

$R = \frac{\rho \times l}{A}$ $\qquad l =$

$R = \frac{\rho \times l}{A}$ $\qquad \rho =$

$\frac{R}{\rho} = \frac{l}{A}$ $\qquad \rho =$

$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = R_{tot}$ $\qquad R_1 =$

$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = U_{tot}$ $\qquad U_2 =$

$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = I_{tot}$ $\qquad I_3 =$

Priorité des opérations:

La notation algébrique de votre calculatrice est-elle hiérarchisée ou non ?

Pour cela, faites le test : 2 + 3 * 5 .
- Si vous trouvez 17 , la notation est hiérarchisée.
- Si vous trouvez 25, elle ne l'est pas.

L'ordre de priorité s'établit comme suit :
1 - les parenthèses ( )
2 - l'exponentiation y^x (ou ^) et les fonctions
3 - la multiplication et la division
4 - l'addition et la soustraction

La règle de priorité est la suivante :
en lisant de gauche à droite, quand un nombre se trouve entre deux signes opératoires , c'est l'opération prioritaire qui est effectuée en premier.
Si les deux opérations ont le même niveau de priorité, elles sont effectuées dans l'ordre d'écriture.

Effectue les chaînes de calculs suivants, en faisant attention à l'ordre des opérations.

1. (3 x 4 + 3) x 2 + 5 x 3 = ...
2. (4 x 4 - 5) x 2 + 4 x 2 = ...
3. (2 x 4 + 4) x 4 - 3 x 2 = ...
4. 4 x 4 + 3 x 4 + 5 x 5 = ...
5. (2 + 5 x 2) x 3 - 4 x 4 = ...
6. 5 x 4 + 5 x 3 + 3 x 2 = ...
7. 2 x 3 + 5 x 2 + 5 x 3 = ...
8. (3 x 5 + 3) x 5 + 2 x 4 = ...
9. (4 x 2 + 4) x 3 - 4 x 5 = ...
10. 3 x 3 + 5 x 3 + 3 x 5 = ...
11. 4 x 4 + 4 x 4 + 4 x 3 = ...
12. (3 x 3 + 2) x 3 - 5 x 4 = ...
13. (2 x 3 - 2) x 5 + 2 x 2 = ...
14. (4 x 5 - 5) x 4 + 4 x 3 = ...
15. 4 x 3 + 3 x 3 + 2 x 3 = ...
16. (2 x 5 - 4) x 4 + 2 x 2 = ...
17. (4 + 5 x 3) x 2 - 4 x 4 = ...
18. (3 x 3 + 2) x 4 + 3 x 5 = ...
19. (3 x 3 - 4) x 4 + 4 x 5 = ...
20. (3 x 3 + 5) x 2 - 2 x 3 = ...
21. (5 x 2 + 3) x 3 - 5 x 3 = ...
22. 3 x 5 + 4 x 2 + 4 x 2 = ...
23. (2 x 4 + 2) x 3 + 3 x 5 = ...
24. (3 x 5 + 5) x 4 - 5 x 4 = ...
25. (4 x 3 - 3) x 4 + 2 x 2 = ...
26. 4 x 2 + 4 x 4 + 4 x 3 = ...
27. (3 x 3 - 2) x 4 + 4 x 3 = ...
28. (3 x 2 + 3) x 5 + 4 x 5 = ...
29. 3 x 4 + 5 x 5 + 4 x 2 = ...
30. 3 x 4 + 4 x 4 + 4 x 4 = ...

La phrase mystère

En face de chaque opération, vous découvrez un « morceau » de phrase.

La réponse de chaque opération vous permet de décoder la suite de la manière suivante : il suffit de chercher dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne **3**

[(91 – 22 + 1) : 10] – 4 =	**3**	**N'es**
[(64 : 8) : 8] x 100 =	……	**a de**
[(36 : 12) + 8] x 5 =	……	**un**
[(42 : 2)] : 3 =	……	**devenir un**
[5 x (3+1) - 2] =	……	**pas de de**
(2 – 7) x (-3) =	……	**(Albe**
[74 + (13 - 7)^2] : 10 =	……	**qui a**
(55 - 18) x 2 =	……	**homme**
(11 x 9) + 27 =	……	**du succès.**
[(7 - 2)^2 - (6^2 – 19)]^2 =	……	**homme qui**
15 – (4^2 - 3^2) + (-8)	……	**ert Einstein)**
(18 : 3)^2 =	……	**venir**
3^2 – 2^2 =	……	**sayez**
100 : 10^2 + 1	……	**la valeur**
126 : 3 =	……	**Essayez de**

La phrase mystérieuse

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

Notations FLO/SCI/ENG :

FLO = Virgule flottante
SCI = en puissance multiple de 10
ENG = en puissance de 10 (puissance multiple de 3)

	Notation SCI	Notation décimale (FLO)	Notation ENG
1.	$1.74 \cdot 10^{2}$		
2.		0.311	
3.		72.1	
4.	$5.34 \cdot 10^{4}$		
5.		7520	
6.	$9.9 \cdot 10^{-2}$		
7.	$7.4 \cdot 10^{5}$		
8.		0.00675	
9.		1.33	
10.		98.5	
11.	$9.13 \cdot 10^{-4}$		
12.		86800	
13.		661	
14.	$9.37 \cdot 10^{5}$		
15.	$9.78 \cdot 10^{-3}$		

Systèmes de numération

Introduction

Le nombre de symboles utilisés caractérise le numéro de la base. Celui que nous connaissons le mieux est le système décimal mais nous allons aussi définir les systèmes binaire, octal, hexadécimal.

Le système décimal ou base 10

Comporte 10 symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

Pour le distinguer d'un autre système, on peut préciser la base d'un nombre en plaçant cette dernière en indice à la fin du nombre.

Exemple : 1981 peut s'écrire 1981_{10}

Ce nombre se décompose ainsi :

milliers	centaines	dizaines	unités
10^3	10^2	10^1	10^0
1	9	8	1

Remarque : $10^0 = 1$

$1981_{10} = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$

Autre exemple : 27,46

dizaines	unités	dixièmes	centièmes
10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}
2	7	4	6

$27{,}46_{10} = 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2}$

Le système binaire naturel

Les systèmes électriques et électroniques sont caractérisés par deux états :

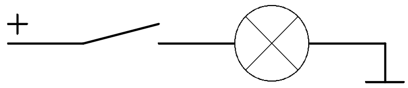
- interrupteur : ouvert ou fermé
- transistor : saturé ou bloqué

De cette constatation est née l'idée d'utiliser le système à base 2 ou système binaire.

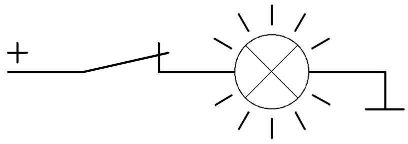
La base 2 n'utilise que deux symboles : 0 et 1.

L'équivalence avec les circuits électriques se fera ainsi :

0 = interrupteur ouvert aucun courant ne peut circuler, la lampe est éteinte correspond au transistor bloqué.



1 = interrupteur fermé le courant peut circuler, la lampe est allumée correspond au transistor saturé.



Si l'on écrit : 10110_2 Que signifie cela ?

$10110_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 22_{10}$

Compléter la liste des 16 premiers nombres binaires

Equivalent Décimal	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	.....	.....	.....	.....
4	.....	.....	.....	.....
5	.....	.....	.....	.....
6	.....	.....	.....	.....
7	.....	.....	.....	.....
8	.....	.....	.....	.....
9	.....	.....	.....	.....
10	.....	.....	.....	.....
11	.....	.....	.....	.....
12	.....	.....	.....	.....
13	.....	.....	.....	.....
14	.....	.....	.....	.....
15	.....	.....	.....	.....

Définissons maintenant ce qu'est un bit, mot que nous utiliserons fréquemment de BINARY DIGIT c'est l'unité élémentaire d'information logique. Il peut valoir 1 ou 0.

Voici un mot de 8 bits

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	1	0	0	1	1
MSB							LSB

LSB = bit de poids le plus faible (à droite)
MSB = bit de poids le plus fort (à gauche)

LSB = Least significant bit
MSB = Most significant bit

Le poids des bits dépend de leur rang dans l'écriture :

3$^{\text{ème}}$ depuis la droite : $2^2 = 4$: poids de 4
6$^{\text{ème}}$ depuis la droite : $2^5 = 32$: poids de 32
etc...

Conversion décimal → binaire

Nous utiliserons la méthode des divisions successives.

Principe : on divise le nombre décimal par la base 2, puis le quotient obtenu de nouveau par 2 jusqu'à ce qu'il devienne NUL. Les restes successifs lus de BAS EN HAUT représentent le nombre binaire.

Exemple : Transformer 88_{10} en binaire

88	:	2	=	44	Reste 0	LSB
44	:	2	=	22	Reste 0	
22	:	2	=	11	Reste 0	
11	:	2	=	5	Reste 1	Lecture
5	:	2	=	2	Reste 1	
2	:	2	=	1	Reste 0	
1	:	2	=	0	Reste 1	MSB

Alors $88_{10} = 1011000_2$

Important :

- Ne pas oublier la dernière ligne pour avoir le quotient 0.
- Ne pas oublier de lire de BAS en HAUT.

Conversion binaire → décimal

Il suffit de faire la somme de tous les poids des bits à 1. Les poids des bits à 0 ne sont pas pris.

Exemple : soit 10110010_2 à transformer en décimal.
Décomposons

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
128	64	32	16	8	4	2	1	
1	0	1	1	0	0	1	0	
↓		↓	↓			↓		
128		+ 32	+ 16			+ 2		$= 178_{10}$

Le système hexadécimal

Il est très employé, surtout en informatique. C'est un système numérique ayant pour base 16. On l'utilise pour l'écriture condensée de nombres binaires. Le seul inconvénient est l'utilisation de nouveaux symboles pour les chiffres supérieurs à 9.

Les 16 symboles sont les suivants :

- Dix chiffres de 0 à 9.
- Six lettres majuscules de A à F

Les symboles hexadécimaux A à F correspondent aux valeurs décimales 10 à 15.

Un caractère hexadécimal représente un mot binaire de 4 bits.

Cette écriture est de loin plus pratique qu'une suite de 1 et de 0.

Exemple : $01101011_2 = 6B_{16}$
$11111111_2 = FF_{16}$

Conversion hexadécimal → décimal

Exemples :	356_{16}	$= 3 \cdot 16^2$	$+ 5 \cdot 16^1$	$+ 6 \cdot 16^0$		
		$= 768$	$+ 80$	$+ 6$		$= 854_{10}$
	$2\,AF_{16}$	$= 2 \cdot 16^2$	$+10 \cdot 16^1$	$+ 15 \cdot 16^0$		
		$= 512$	$+ 160$	$+ 15$		$= 687_{10}$
	$A3F.C_{16}$	$= 10 \cdot 16^2$	$+3 \cdot 16^1$	$+ 15 \cdot 16^0$	$+ 12 \cdot 16^{-1}$	
		$= 2560$	$+ 48$	$+ 15$	$+ 0.75$	$= 2623.75_{10}$

Conversion décimal → hexadécimal

Comme en binaire on procédait par divisions successives par deux, on va ici opérer par des divisions successives par 16 en conservant les mêmes principes.

Exemple : Convertir 423_{10} en hexadécimal

423	:	16	=	26	reste	7	LSB
26	:	16	=	1	reste	10	↑
1	:	16	=	0	reste	1	MSB

$423_{10} = 1A7_{16}$

Conversion hexadécimal → binaire

Cette conversion est très simple.

Chaque symbole hexadécimal est remplacé par son équivalent binaire de 4 bits.

Exemple : $9F3_{16}$ à convertir en binaire

9	F	3
1001	1111	0011

$9F3_{16} = 100111110011_2$

Conversion binaire → hexadécimal

C'est l'inverse de la précédente, donc avec autant de simplicité, on divise le nombre binaire par tranches de 4 chiffres depuis la droite, puis on substitue à chaque groupe son équivalent hexadécimal.

Exemple : 110110100111_2 à convertir en hexadécimal

1101	1010	0111
D	A	7

Donc $110110100111_2 = DA7_{16}$

Exemple : 10011010101.10001_2 à convertir en hexadécimal

100	1101	0101
4	D	5

Donc $10011010101.10001_2 = 4D5_{16}$

Exercices

Afin de bien comprendre les mécanismes de conversion, tous les exercices ainsi que les tests sont effectués sans l'aide de calculatrice. Cette mesure permet aussi de mettre chacun sur le même pied d'égalité.

Convertir les binaires suivants en décimal

a) 001100_2

b) 000011_2

c) 011100_2

d) 111100_2

e) 101010_2

Convertir les décimaux suivants en binaire

a) 64_{10}

b) 100_{10}

c) 111_{10}

Convertir les hexadécimaux suivants en décimal

a) C_{16}

b) $67E_{16}$

Convertir les hexadécimaux suivants en binaire

a) B_{16}

b) E_{16}

Convertir les binaire suivants en hexadécimal

a) 10011111_2

b) 100000011101_2

Systèmes logiques combinatoires

Les fonctions logiques de base

Pour étudier les systèmes logiques, il est nécessaire de posséder:

- Un outil mathématique, c'est l'algèbre de Boole. Dans cet ensemble de lois mathématiques, il n'y a que deux constantes que nous désignerons par 0 et 1. Ces symboles 0 et 1 représentent deux ETATS et non deux chiffres. On utilise aussi H pour high (haut) et L pour low (bas).
- Un outil physique pour matérialiser les fonctions de base utilisées, ce sont les circuits logiques.

Les variables sont des grandeurs qui ne peuvent prendre que deux états (0 ou 1). Comme en algèbre ordinaire, on symbolise ces variables par des lettres, par exemple :

- variables d'entrée : A, B, C, D, X, Y, etc...
- variables de sortie : F $\Rightarrow$ Fonction
S $\Rightarrow$ Sortie
L $\Rightarrow$ Lampe
M $\Rightarrow$ Moteur, etc...

Une expression booléenne est une association de variables liées par des signes d'opérations

Exemple: $S = A \cdot B + C$

Lire S égale A et B ou C car en algèbre de Boole $\cdot$ = ET, + = OU (expliqué plus loin)

Lorsque l'état des sorties d'un système logique ne dépend uniquement que de l'état des entrées et non du passé du système, on parle de LOGIQUE COMBINATOIRE, dans le cas contraire, on parle de LOGIQUE SEQUENTIELLE.

La table de vérité (en abrégé TdV)

Elle permet de connaître systématiquement les états que peut prendre une fonction logique pour TOUTES les combinaisons des variables. Pour n variables, nous aurons 2^n combinaisons différentes.

Exemples:

- Pour 1 variable, la TdV aura 2^1 = 2 lignes
- Pour 2 variables, la TdV aura 2^2 = 4 lignes
- Pour 3 variables, la TdV aura 2^3 = 8 lignes
- Pour 4 variables, la TdV aura 2^4 = 16 lignes

La partie gauche de la table de vérité contient TOUTES les combinaisons des variables (entrées).

La partie droite contient la valeur prise par l'expression pour chaque combinaison (sortie).

Pour la réalisation de la TdV, on remarque que la variable A (poids faible) change à chaque ligne, la variable B change toutes les deux lignes, C toutes les quatre lignes, etc...

Exemple: TdV à trois variables

C	B	A	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Variables d'entrée | Etat de la sortie

Conseil: dans la partie gauche, toujours placer la variable de plus faible poids le plus à droite, puis placer les autres variables vers la gauche dans l'ordre croissant des poids. Cette disposition évitera des ennuis par la suite.

Les opérateurs logiques de base

Définissons tout d'abord le BLOC LOGIQUE:

C'est un symbole qui exprime une relation d'opération entre les entrées et les sorties sans représenter un circuit physique. Nous utiliserons les symboles de la norme US-MIL ainsi que les symboles de la norme CEI (commission électrotechnique internationale). La préférence sera donnée à cette dernière norme, beaucoup plus précise dès que la complexité des circuits augmente. La norme CEI est incluse dans les logiciels DAO pour circuits électroniques tels ORCAD, P-CAD, etc...

La fonction Inversion
(aussi appelée fonction NON (NO) (INV) (inversion))

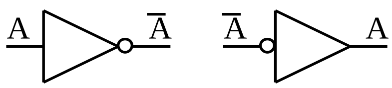
On l'exprime en plaçant une barre au-dessus du symbole à inverser.

Exemple: $\overline{A}$ qu'on lit "A barre" ou aussi "Non A".
Variable non surmontée d'une barre $\Rightarrow$ forme vraie
Variable surmontée d'une barre $\Rightarrow$ forme inverse ou complémentée

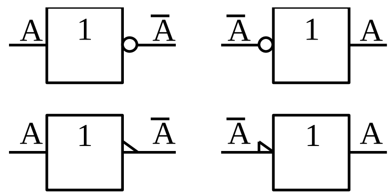
Attention: Toute entrée d'un circuit logique non raccordée (entrée en l'air) se met dans l'état "1" et est sensible aux parasites (effet d'antenne). On prendra donc garde de ne jamais laisser une entrée inutilisée en l'air, même si la porte n'est pas utilisée.

Symboles de l'inversion

NORME MIL



NORME CEI

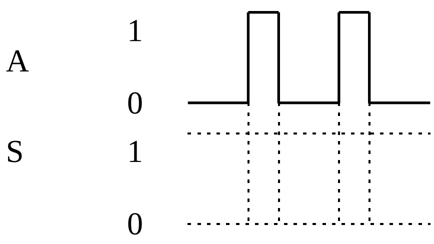


Remarque: En norme CEI, la pointe du triangle sur la ligne indique la direction de propagation de l'information.

TdV de l'inverseur

A	$S = \overline{A}$
0	.....
1	.....

Formes d'ondes correspondantes



La fonction ET (AND)

Cette opération est appelée multiplication ou produit logique. On l'exprime par un point (qui se lit ET), par des parenthèses ou par des variables qui se suivent, comme en algèbre:

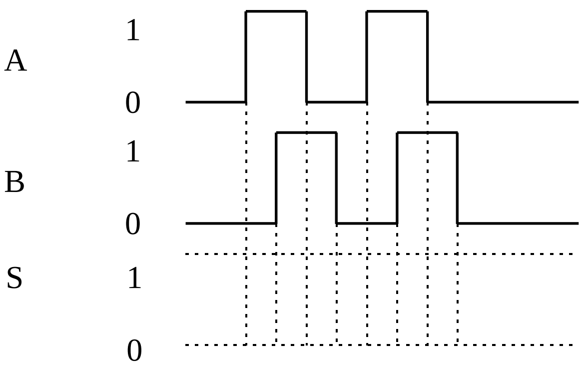
$$A \cdot B \cdot C \qquad (A + B)\,C \qquad AB + CD$$

4.1.1.1 Symboles logiques d'une porte ET

TdV de la porte ET

B	A	S = A · B
0	0	.....
0	1	.....
1	0	.....
1	1	.....

Formes d'ondes correspondantes



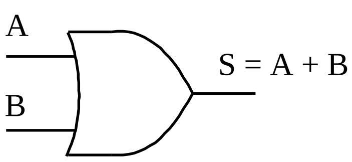
La fonction OU (OR)

Cette opération est appelée addition ou somme logique. Pour l'indiquer, on utilise le signe + (se lit "ou").

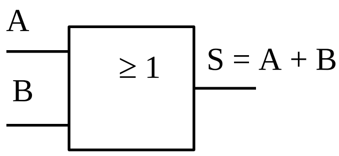
$$A + B$$

Symboles logiques d'une porte OU

MIL



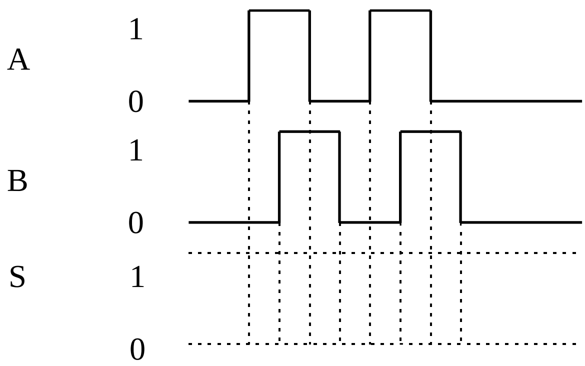
CEI



TdV de la porte OU

B	A	S = A + B
0	0	.....
0	1	.....
1	0	.....
1	1	.....

Formes d'ondes correspondantes



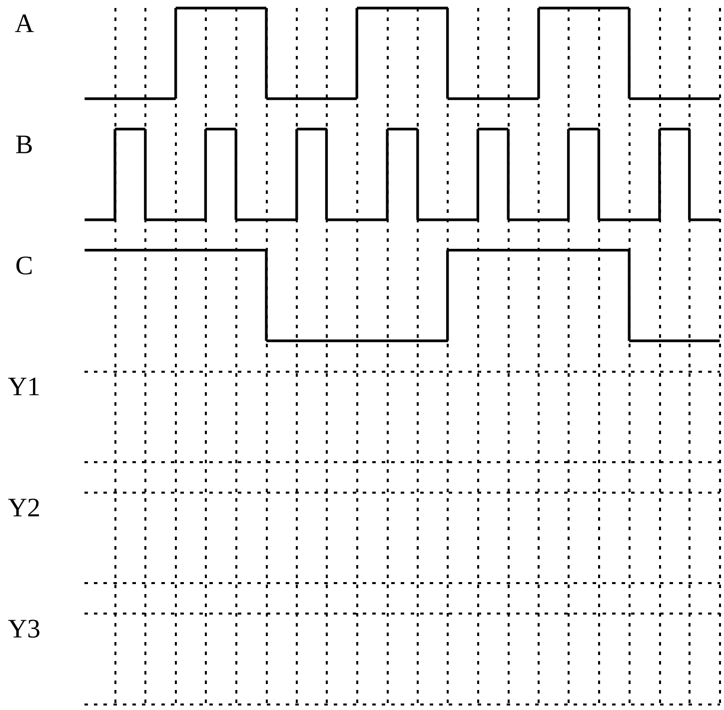
Exercices

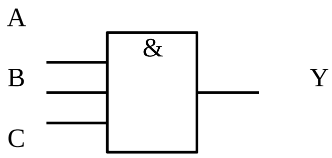
Exercice sur la fonction AND

Compléter le diagramme des temps Y1

Compléter le diagramme des temps Y2 si l'entrée A est court-circuitée à la masse.

Compléter le diagramme des temps Y3 si l'entrée A est court-circuitée au V_{CC}.



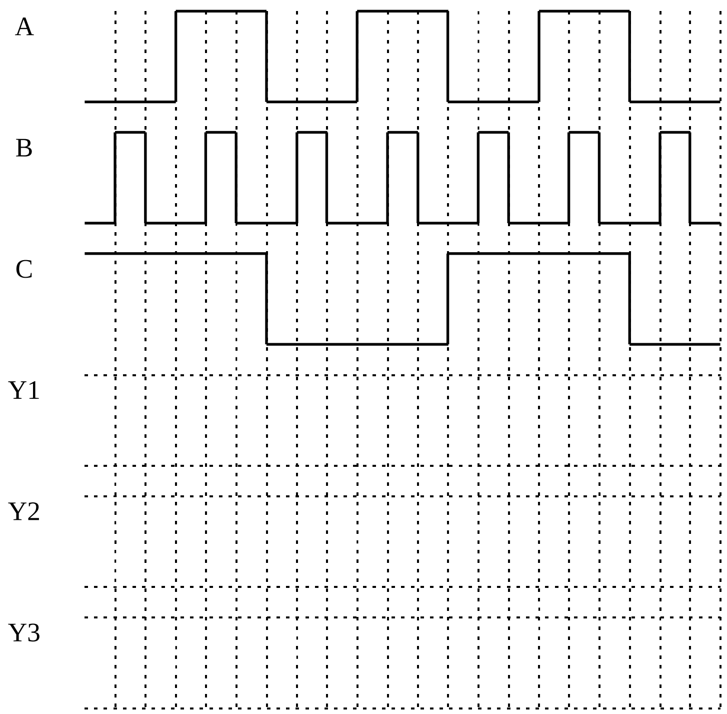


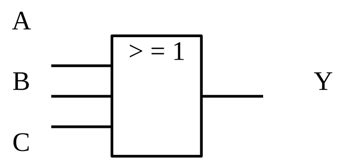
Exercice sur la fonction OR

Compléter le diagramme des temps Y1

Compléter le diagramme des temps Y2 si l'entrée A est court-circuitée à la masse.

Compléter le diagramme des temps Y3 si l'entrée A est court-circuitée au V_{CC}.





Combinaisons de circuits

Il est bien entendu possible de combiner les portes en inversant par exemple la sortie d'une porte AND ou une porte OR.

Exercice sur la fonction NAND (NOT AND)

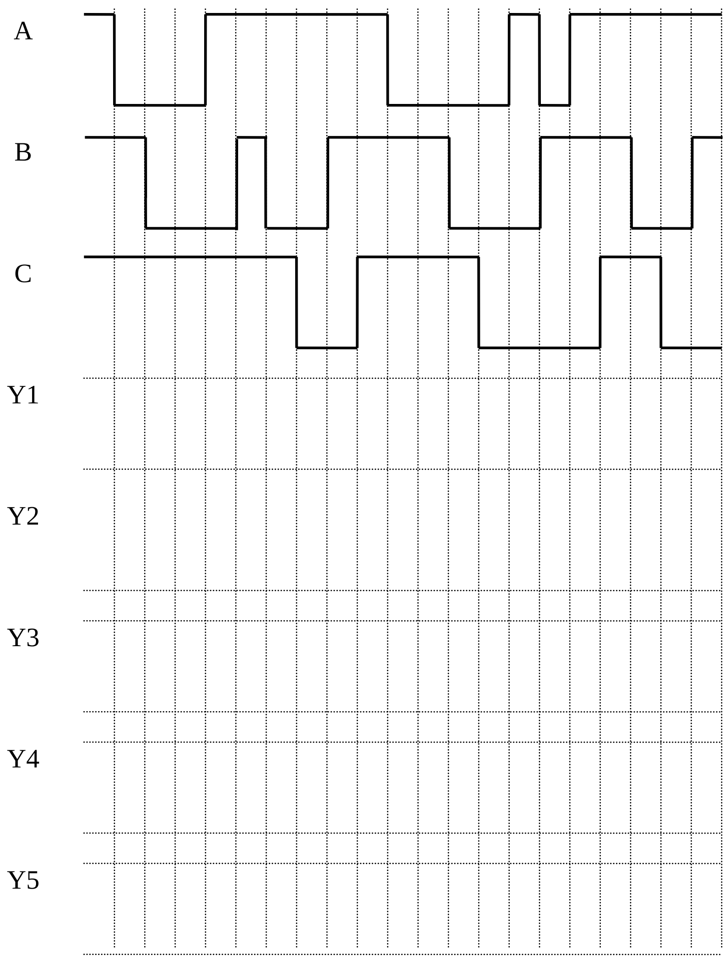
Compléter le diagramme des temps Y1

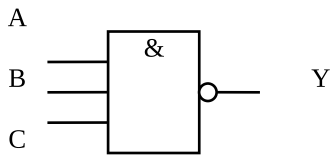
Compléter le diagramme des temps Y2 si l'entrée A est court-circuitée à la masse.

Compléter le diagramme des temps Y3 si l'entrée A est court-circuitée au V_{CC}.

Compléter le diagramme des temps Y4 si A et C sont court-circuitées au V_{CC}.

Compléter le diagramme des temps Y5 si A et C sont court-circuitées au GND.





Exercice sur la fonction NOR (NOT OR)

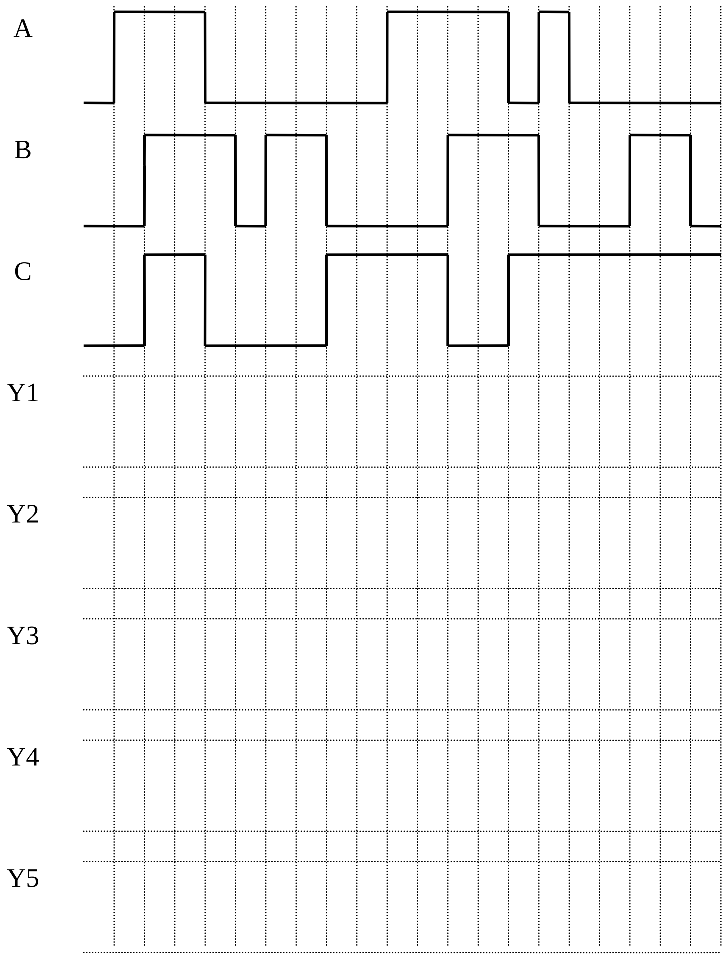
Compléter le diagramme des temps Y1

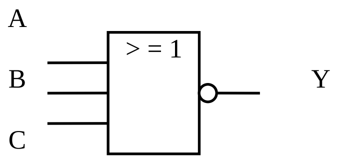
Compléter le diagramme des temps Y2 si l'entrée A est court-circuitée à la masse.

Compléter le diagramme des temps Y3 si l'entrée A est court-circuitée au V_{CC}.

Compléter le diagramme des temps Y4 si A et C sont court-circuitées au V_{CC}.

Compléter le diagramme des temps Y5 si A et C sont court-circuitées au GND.





FONCTIONS - Les pourcents :

Complète le tableau suivant selon l'exemple.

	Pourcent	Tout	Partie
	25%	***800***	***200***
1.	....	440	96.8
2.	48%	....	441.6
3.	79%	160	....
4.	88%	220	....
5.	....	660	211.2
6.	27%	....	78.3
7.	75%	....	397.5
8.	66%	....	349.8
9.	....	670	113.9
10.	....	230	186.3
11.	....	180	118.8
12.	....	120	57.6
13.	9%	....	9
14.	89%	....	596.3
15.	29%	....	75.4

Problèmes de % :

1. Philippe Senderos achète aux soldes une télévision qu'il paie 544 francs. Calcule le prix qu'il aurait payé si il n'avait pas eu une réduction de 20%.

2. Materazzi a payé une chaîne hi-fi 532 francs.
Calcule la réduction en %, sachant que cet article coûtait au départ 760 francs.

3. Noémie a payé un bijou en or 416.5 francs.
Calcule la réduction en %, sachant que cet article coûtait au départ 490 francs.

4. Rihana achète aux soldes un VTT qu'elle paie 490 francs. Calcule le prix qu'elle aurait payé si elle n'avait pas eu une réduction de 30%.

5. Thierry Henry souhaite acheter une chaîne hi-fi qui coûte 950 francs.
Sur la vitrine, il lit : " 20% de réduction sur tous les articles. "
Calcule le prix que Thierry Henry va payer à la caisse.

6. Sean Paul achète aux soldes une chemise qu'il paie 77 francs. Calcule le prix qu'il aurait payé si il n'avait pas eu une réduction de 45%.

7. Justin Timberlake a payé une chaîne hi-fi 511.5 francs.
Calcule la réduction en %, sachant que cet article coûtait au départ 930 francs.

8. Sean Paul a payé une chemise 110 francs.
Calcule la réduction en %, sachant que cet article coûtait au départ 200 francs.

9. Alexander Frei souhaite acheter une paire de baskets qui coûte 80 francs.
Sur la vitrine, il lit : " 40% de réduction sur tous les articles. "
Calcule le prix que Alexander Frei va payer à la caisse.

Règle de trois :

Proportionnalité - La règle de trois

Lorsque nous devons résoudre une situation de proportionnalité pour laquelle il est impossible d'utiliser un opérateur entier ou de trouver directement la réponse, nous allons procéder par étapes et faire appel à la règle de trois.

Exemple 1:

Une caissette de 5 kg de cerises coûte 30 .-. Combien coûtent 3 kg?

Je n'ai pas d'opérateur entier pour passer de 5 à 3.

Je vais donc procéder par étapes (3, d'où le nom) et effectuer la règle de trois suivante:

1. On a les données suivantes de l'énoncé: 5kg de cerises coûtent 30.-.

2. On peut calculer le prix d'un kg: 1 kg de cerises coûte 30.-/5 = 6.-

3. On peut calculer le prix des 3 kg: 3 kg coûtent 30/5x3 = 18.-

Donc la règle de trois est un calcul par étapes.

On calcule la valeur de l'unité dans la deuxième étape (ici, prix du kg de cerises), puis ensuite on multiplie pour obtenir la situation recherchée (prix de 3 kg).

Exemple 2:

La voiture de mon père consomme 9 l d'essence aux 100km. Combien consomme-t-elle pour parcourir 425 km?

On va utiliser la règle de trois.

1. Pour 100 km la voiture consomme 9 l d'essence.
2. Pour 1 km, elle consomme 9/100 l d'essence.
3. Pour 425 km, elle consomme 9/100 x 425 = 38,25 l

Série 7

1. Sachant que dans 63,5 g de cuivre il y a $6{,}02 \cdot 10^{23}$ atomes de cuivre, quelle est la masse en kg de 10^{19} atomes de cuivre ?

2. Gaston parcourt 160 kilomètres en 2 heures. Quelle distance parcourra-t-il en 5 heures ?

3. Je paie 24 CHF pour 40 litres d’essence. Quel est le coût de 2 litres ?

4. 6 pommes se vendent 90 cts . Combien coûteraient 24 pommes à ce prix ?

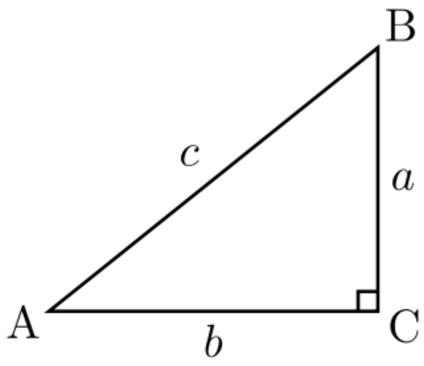
5. J'ai acheté un chalet que j'ai payé 1 500 000 CHF. Cette somme représente les 3/5 de sa valeur réelle. Quelle est cettevaleur réelle ?

6. En travaillant à l'usine, mon voisin gagne 480 CHF par jour.
S'il travaille 8 heures par jour, combien aura-t-il gagné après 30 heures ?

7. Si 3 boîtes de soupe aux nouilles coûtent 1,29 CHF, combien coûteront 12 boîtes de cette même soupe ?

Théorème de Pythagore

Dans un triangle ABC rectangle en C, AB étant l'hypoténuse, où AB = c, AC = b et BC = a (cf. figure ci-contre), on aura donc :



$BC^2 + AC^2 = AB^2$

ou encore :

$a^2 + b^2 = c^2$

Le théorème de Pythagore permet ainsi de calculer la longueur d'un des côtés d'un triangle rectangle si l'on connaît les deux autres.

Exemple : avec les notations ci-dessus, soit le triangle rectangle de côtés a = 3 et b = 4; alors la longueur du troisième côté.

c, est donnée par:

$a^2 + b^2 = 32 + 42 = 25 = c^2$

d'où $c = 5$.

Un triplet de nombres entiers tel que (3, 4, 5), représentant la longueur des côtés d'un triangle rectangle s'appelle un triplet pythagoricien.

Exercices :

Le théorème de Pythagore

Pour chacun des triangles, dessinez sur une feuille de brouillon un croquis et placez l'angle droit au bon endroit.
Complétez ensuite le tableau suivant en vous référant au croquis.

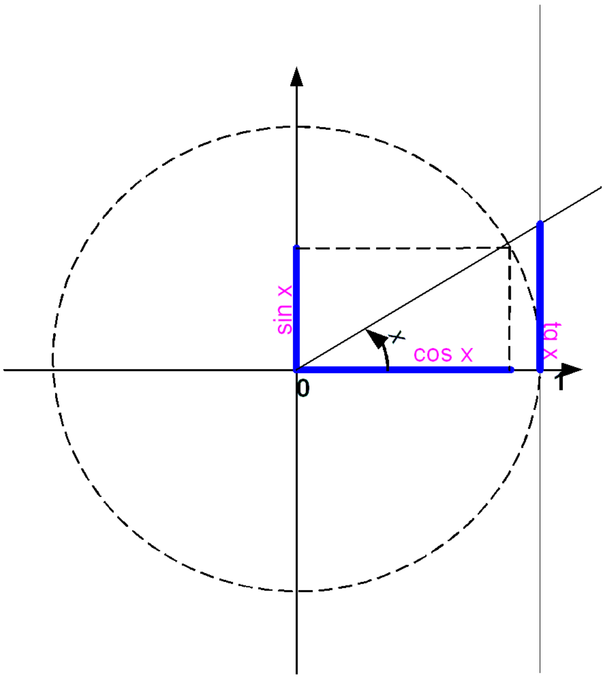
	angle droit	AC (cm)	BC (cm)	AB (cm)
1.	en B	737	300	....
2.	en A	75	90	....
3.	en B	....	56	707
4.	en B	....	56	82
5.	en B	....	42	59
6.	en B	....	12	64
7.	en B	999	96	....
8.	en B	....	93	605
9.	en B	....	62	986
10.	en B	....	47	58

Réponses (valeurs arrondies aux centièmes)

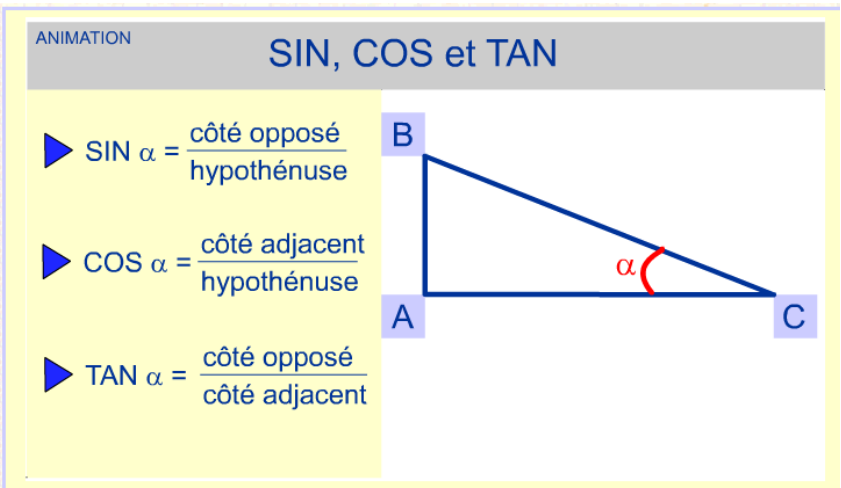
1) **673.18 cm** 2) **49.75 cm** 3) **709.21 cm** 4) **99.3 cm** 5) **72.42 cm**
6) **65.12 cm** 7) **994.38 cm** 8) **612.11 cm** 9) **987.95 cm** 10) **74.65 cm**

Trigonométrie

Explication géométrique des fonctions trigonométriques



Application aux triangles rectangles



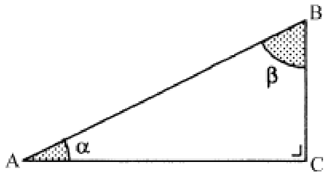
La somme des angles d'un triangle est toujours de 180°

Avec deux côtés connus ou alors un côté et un angle d'un triangle rectangle, il est possible de connaitre tous les angles et côtés à l'aide de Pythagore et de la trigonométrie.

Exercices :

Trigonométrie - tan, sin et cos

En vous référant au croquis ci-dessous, calculez la donnée manquante.



1.	BC = 18 cm, $\alpha = 44^{o}$	Calcule le côté AB : ....
2.	AC = 52 cm, BC = 57 cm	Calcule l'angle β : ....
3.	AB = 49 cm, $\beta = 19^{o}$	Calcule le côté AC : ....
4.	AB = 49 cm, $\beta = 50^{o}$	Calcule le côté AC : ....
5.	AB = 55 cm, $\alpha = 34^{o}$	Calcule le côté BC : ....
6.	AC = 28 cm, $\beta = 18^{o}$	Calcule le côté AB : ....
7.	AC = 56 cm, $\beta = 68^{o}$	Calcule le côté BC : ....
8.	BC = 29 cm, $\alpha = 27^{o}$	Calcule le côté AC : ....
9.	BC = 53 cm, $\beta = 51^{o}$	Calcule le côté AB : ....
10.	BC = 58 cm, $\alpha = 43^{o}$	Calcule le côté AC : ....

Réponses (valeurs arrondies aux centièmes)

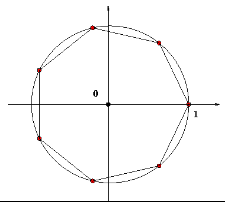
1) **25.91 cm**	2) **42.37°**	3) **15.95 cm**	4) **37.54 cm**	5) **30.76 cm**
6) **90.61 cm**	7) **22.63 cm**	8) **56.92 cm**	9) **84.22 cm**	10) **62.2 cm**

Exercices trigonométrie problèmes :

1\. Quelle est la hauteur d'un clocher qui a une ombre de 36 mètres lorsque le soleil est
élevé de 37.5° au-dessus de l'horizon ?

Réponse(s) : *h = 27.6 m*

2\. Calculez le périmètre d'un polygone régulier convexe à sept côtés inscrit dans un cercle de rayon 2 cm.



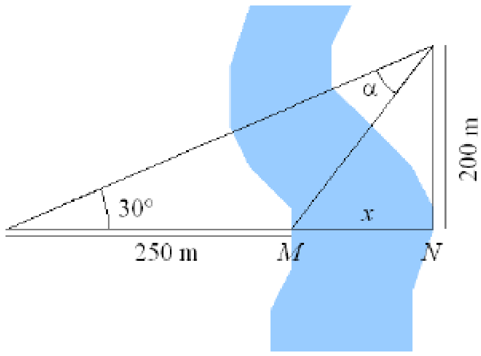
Réponse(s) : *Périmètre = 12.1 cm*

3\. Un chat aperçoit un arbre sous un angle de 38.6°. Il recule de 25 mètres et voit alors
l'arbre sous un angle de 18.3° (on admettra que les yeux du chat et le pied de l'arbre
sont au même niveau).

a. À quelle distance de l'arbre le chat se trouvait-il au début ?
b. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

Réponse(s) : *D = 17.68m h =14.11m*

4\. Pour déterminer la largeur du Nil entre deux points *M* et *N*, les Égyptiens utilisaient un procédé semblable à celui présenté ci-dessous (vue prise d'avion).



Calculez *x* et Alpha.

Réponse(s) : *x = 96.4m Alpha = 34.26°*

5\. Vous venez de plaquer l'ex-amour de votre vie !
Vous l'abandonnez sans remords sur la plage (altitude de ses yeux humides : 1,2 m) et ramez vers le large
(altitude de vos yeux impitoyables : 1,2 m également).
À quelle distance D du rivage échapperez-vous à son regard déchirant, en disparaissant de son horizon ?

Rayon de la Terre : 6371 km

Réponse(s) : *D= 7820m*

Système de deux équations

Ecrire un système de deux équations du premier degré à deux inconnues :

Lors d'une soirée de vacances :
A la première table on a servi 3 oranginas et 2 cocas pour 39 F
A la deuxième table on a servi 1 orangina et 3 cocas pour 34 F
Combien coûte l'orangina ? Combien coûte le coca ?

Notons par exemple x le prix d'un orangina et y le prix d'un coca.

Le prix payé à la première table est : $3x + 2y = 39$ (1)

Le prix payé à la deuxième table est : $x + 3y = 34$ (2)

Les deux équations ci-dessus prises indépendamment ont une infinité de solutions. Pour trouver le prix du coca et celui de l'orangina , il faut résoudre le système :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 39 & (1) \\ x + 3y = 34 & (2) \end{cases}$$

Résoudre le système c'est trouver tous les couples (x ; y) qui sont des solutions communes aux deux équations (1) et (2).

Méthode par substitution :

Isolons x dans une des 2 équations, par exemple dans l'équation (2) :

$x = 34 - 3y$ (3)

Remplaçons x par $34 - 3y$ dans l'équation (1) :

$3x + 2y = 39$

$3(34 - 3y) + 2y = 39$

$102 - 9y + 2y = 39$

$102 - 7y = 39$

$102 - 39 = 7y$

$y = 63/7$

$y = 9$

Reportons y = 9 dans une équation, par exemple (3)

x = 34 - 3y

x = 34 - 3 x 9

x = 34 - 27

x = 7

Vérification :

3 x 7 + 2 x 9 = 21 + 18 = 39

7 + 3 x 9 = 7 + 27 = 34

Le couple (7 ; 9) est l'unique couple solution du système.

L'orangina coûte 7 F et le coca 9 F.

Méthode par addition :

Résoudre le système : $\begin{cases} 3x+2y=39 & (1) \\ x+3y=34 & (2) \end{cases}$

Il faut éliminer une des deux inconnues.

Pour cela, multiplions chaque membre des égalités (1) et (2) par des nombres "bien choisis" puis additionnons "membre à membre".

Multiplions les 2 membres de l'égalité (1) par 1 et ceux de l'équation (2) par -3 :

Additionnons membre à membre les deux égalités :

(3x + 2y) = 39

(-3x -9y) = -102

(3x + 2y) + (-3x -9y) = 39 + (-102)

3x + 2y -3x -9y = -63

2y - 9y = -63

-7y = -63

y = 9

Reportons y = 9 dans une équation, par exemple (3)

$x = 34 - 3y$

$x = 34 - 3 \times 9$

$x = 34 - 27$

$x = 7$

Vérification :

$3 \times 7 + 2 \times 9 = 21 + 18 = 39$

$7 + 3 \times 9 = 7 + 27 = 34$

Le couple (7 ; 9) est l'unique couple solution du système.

L'orangina coûte 7 F et le coca 9 F.

Exercices :

Résous les systèmes d'équations suivants.

1. $\begin{cases} -x - y = -5 \\ 2x - 4y = -44 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x - 2y = 18 \\ -3x - 2y = 13 \end{cases}$

3. $\begin{cases} -x + 3y = -23 \\ -3x - 3y = 3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} -2x - 3y = 15 \\ 2x + 3y = -15 \end{cases}$

5. $\begin{cases} -4x + 4y = 44 \\ -x + 2y = 19 \end{cases}$

6. $\begin{cases} -4x + y = -7 \\ -x + 2y = -14 \end{cases}$

7. $\begin{cases} -x + 2y = 12 \\ -2x + 2y = 18 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -x + y = -13 \\ -2x + 4y = -36 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x - 4y = -22 \\ -4x - 4y = -40 \end{cases}$

10. $\begin{cases} -3x - y = -6 \\ -4x - 4y = -32 \end{cases}$

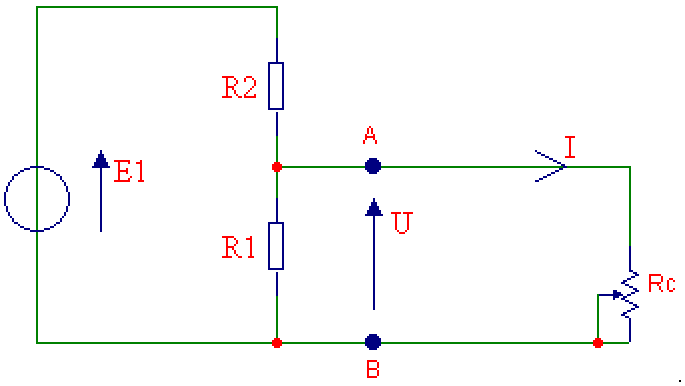
Réponses

1) x=-4 / y=9	2) x=1 / y=-8	3) x=5 / y=-6	4) x=3 / y=-7	5) x=-3 / y=8
6) x=0 / y=-7	7) x=-6 / y=3	8) x=8 / y=-5	9) x=3 / y=7	10) x=-1 / y=9

D'autres exercices sur : http://www.gomaths.ch

Application pratique systèmes d'équations 1

E = 10V, R_2 =10K, R_1 = 18K, le potentiomètre R_c a été réglé pour que le courant I soit de 10uA



Calculez toutes les tensions et tous les courants en posant un système de deux équations selon la loi des mailles et la loi des nœuds que vous résoudrez par substitution.

Application pratique systèmes d'équations (corrigé)

Application pratique systèmes d'équations 2

Dans un musée, un jour normal, la recette s'élève à 1730 Fr pour 390 entrées dont 110 enfants.
Le lendemain, les tarifs sont réduits : le prix de l'entrée baisse de 25% pour les adultes et de 50% pour les enfants. On enregistre alors une recette de 1410 Fr pour 360 entrées adultes et 40 entrées enfants.
Quel est le prix normal de chaque catégorie d'entrée ?

REP : Le prix d'un billet pour un enfant est de 3 Fr et celui d'un adulte est de 5 Fr.

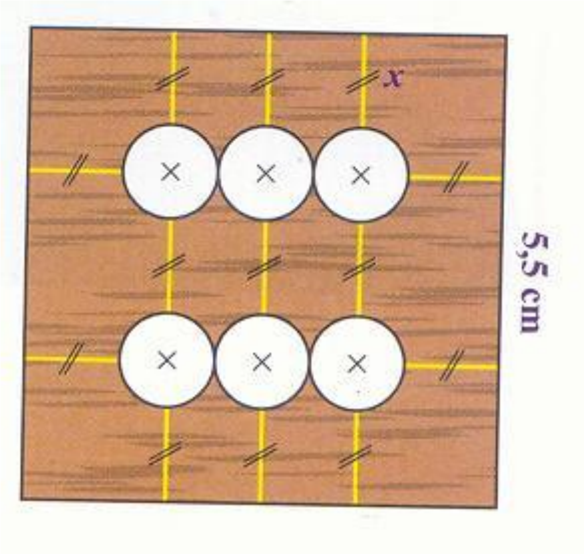
Application pratique systèmes d'équations 3

Le périmètre d'un rectangle est 330 cm. Si on augmente sa longueur de 5cm et sa largeur de 2 cm, son aire augmente de 460cm².
Calculer les dimensions du rectangle à laide d'un système d'équations.

REP : La longueur est de 125 cm et la largeur est de 40 cm

Application pratique systèmes d'équations 4

Jean a percé six trous identiques de rayon Y et dans une plaque de bois carrée.
Déterminer les longueurs X et Y.



REP : La longueur X est de 11mm et le rayon Y est de 5.5mm

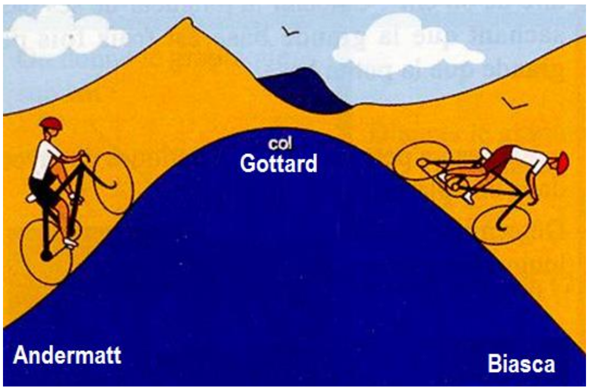
Application pratique systèmes d'équations 5

Lors d'une course cycliste, les concurrents ont empruntés la route du col du Gottard entre Andermatt et Airolo.

Jean-Luc, qui est un très bon grimpeur, a effectué la montée à la vitesse moyenne de 20 km/h et la descente à 48km/h.

Patrice, meilleur descendeur, a grimpé à 15km/h mais est descendu à 60 km/h.

De Andermatt à Airolo, Jean-Luc à mis 1h24 min, et patrice 1h36 min.



Quelle est la distance d'Andermatt jusqu'au sommet du col ? Quelle est la distance du sommet col jusqu'à Airolo?

REP : La montée est de 18km et la descente est de 24km

Fonctions logarithmiques

Introduction : Histoire de galaxie

La distance des planètes du système solaire au soleil a toujours passionné les astronomes. C'est ainsi que l'on a pu déterminer au fil des années les distances de certaines d'entre-elles. Avec l'arrivée de nouveaux télescopes et de techniques toujours plus performantes, on a pu établir la distance d'autres étoiles et galaxies au soleil. Il a fallu pour cela déterminer une nouvelle unité de mesure plus adaptée, l'année lumière (al). C'est la distance parcourue par la lumière en une année, soit environ 9 461 milliards de kilomètres.
Dans le tableau ci-dessous, voici quelques-unes de ces distances.

Planète ou étoiles	**Mercure**	**Vénus**	**Terre**	**Mars**	**Uranus**	**Neptune**	**Sirius**	**Etoile polaire**	**Galaxie Andromède**
Distance moyenne au Soleil	58.10^6 km	108.10^6 km	150.10^6 km	228.10^6 km	$2\,870.10^6$ km	$4\,500.10^6$ km	8 al	300 al	$2\ 10^6$ al

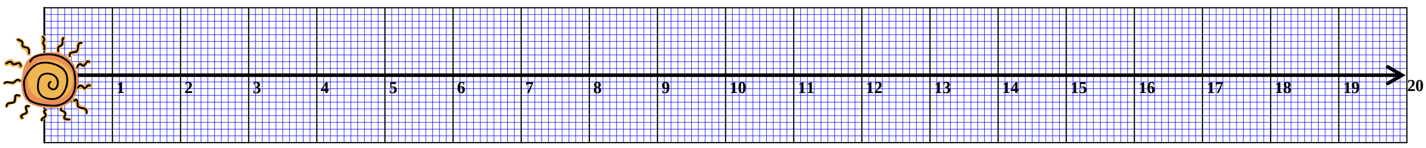
Nous voudrions représenter toutes ces distances sur une droite munie d'une graduation régulière. Si nous représentons 100 millions de km par un mm, quelle devrait être la dimension de la feuille pour arriver à notre fin ?

Les calculs précédents montrent qu'il est……………………………………..de représenter ces distances sur une graduation régulière.

Construisons alors une graduation ou chaque nombre correspondrait à un exposant de dix.

Exemple: La graduation 7 correspondrait à 10^7, et inversement, 10^{16} correspondrait à la graduation 16.

Construire la graduation des x en plaçant les points pour les distances 10^6 à 10^{19}.



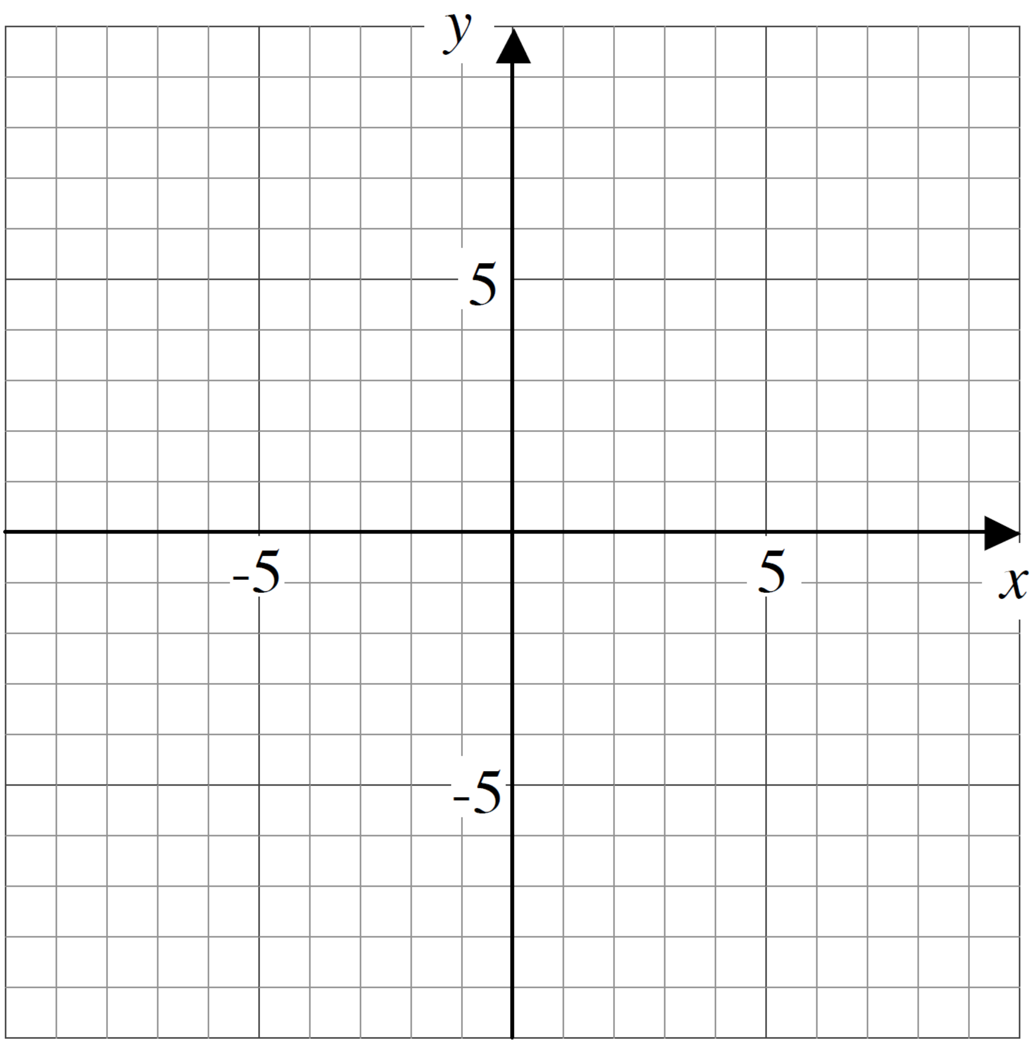
La graduation ainsi formée est une fonction qui, à une puissance de dix fait correspondre son exposant. Cette fonction existe, elle est

appelée……………………………….. Elle est notée ……………….

Repérer sur votre calculatrice la touche log(x), 10^x, ln(x), e^x.
A l'aide de ces touches complétez le tableau suivant:

x	-100	-1	0	0.1	1	10	100	1000	10000
log(x)	-	-	-	-1	0	1	2	3	4
10^x	0	0.1	1	1.25	10	10^{10}	10^{100}	10^{1000}	10^{10000}
Log(10^x)	-100	-1	0	0.1	1	10	100	1000	10000
ln(x)	-	-	-	-2.3	0	2.3	4.6	6.9	9.2
e^x	0	0.36	1	1.1	2.71	22026	2.71^{100}	2.71^{1000}	2.71^{10000}
ln(e^x)	-100	-1	0	0.1	1	10	100	1000	10000

Faites une représentation graphique de ces fonctions Log(x) 10^x e^x en calculant des points intermédiaires par rapport à ceux calculés ci-dessus.



Propriétés des fonctions log et exponentielles

Pour tous *x* et *y* réels strictement positifs,

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

et

$$\log_a(a) = 1$$

Cette définition permet de déduire rapidement les propriétés suivantes

$$\log_a(1) = 0$$

$$\log_a(x/y) = \log_a(x) - \log_a(y)$$

$$\log_a(x^n) = n \log_a(x)$$

$\log_a(a^n) = n$ pour tout entier naturel *n*, puis pour tout entier relatif *n*

$\log_a(a^r) = r$ pour tout rationnel *r*.

Exercice 1

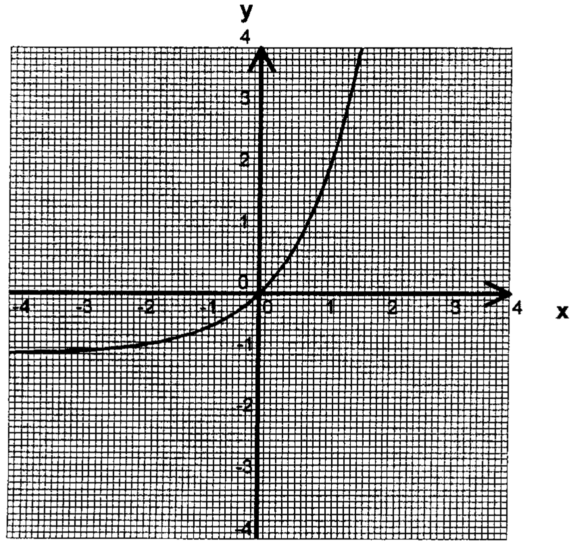
Isolez P_1 de l'équation :

$A_p = 10 \log(P_2/P_1)$

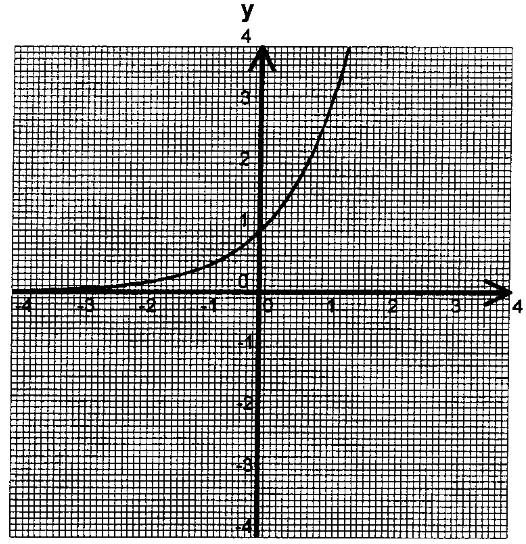
Isolez R de l'équation:

$U_c = U(1-e^{-t/RC})$

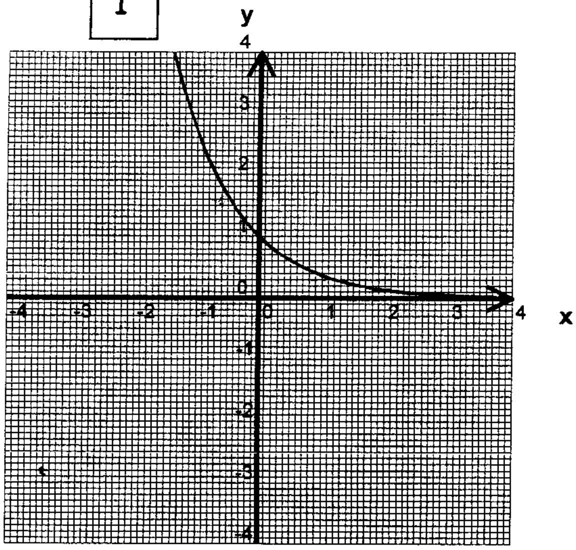
Exercice 2



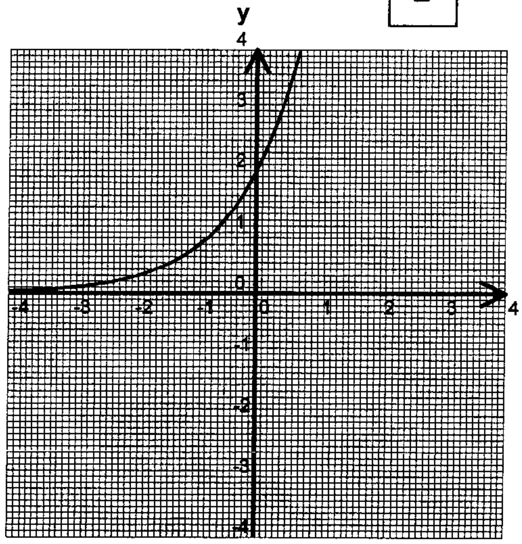
1



2



3



4

- Associer les fonctions suivantes à leur représentation graphique :
(Indiquez les No dans les cases vides sans utiliser de calculatrice)

$x \mapsto f(x) = e^x$	☐	$x \mapsto f(x) = e^x - 1$	☐
$x \mapsto f(x) = e^{-x}$	☐	$x \mapsto f(x) = 2.e^x$	☐

- Calculer : $\ln e^4 =$ ________ $e^{\ln 1,5} =$ __________

- Déterminer graphiquement et par le calcul x tel que $e^x - 1 = 3,1$

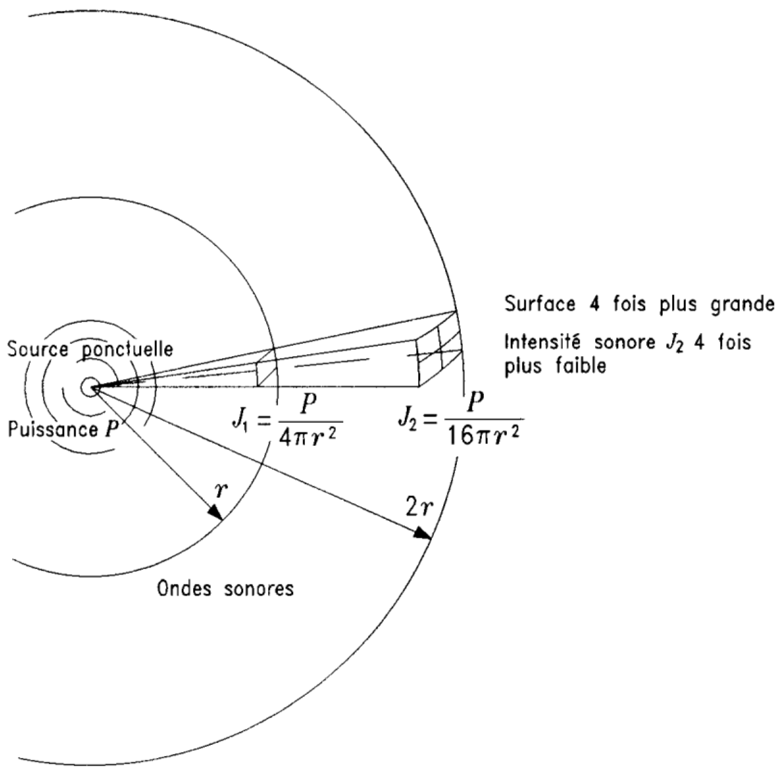
Exemple de l’acoustique (notion de dB)

Intensité sonore

L’intensité sonore représente ***la variation de la pression du milieu dans lequel s’est produite l’onde acoustique***.

Les ondes sonores s’étalent à mesure qu’elles s’éloignent de la source.
Comme l’aire d’une calotte sphérique de rayon r est $4\pi r^2$, l’aire d’un front d’onde varie proportionnellement à r^2, et l’intensité ou la puissance par unité de surface varie comme $1/r^2$.
L'intensité sonore diminue avec le carré de la distance. Ainsi pour doubler l'intensité sonore, il faut quadrupler la puissance du signal.

L'intensité sonore est désignée par la lettre $\boldsymbol{J}$ et son unité est le watt par mètre carré [$\boldsymbol{W/m^2}$].



<u>Seuil d'audibilité</u>
Le seuil d'audibilité dépend de la fréquence. Il est minimum entre 1 et 2 kHz.
une oreille moyenne peut encore percevoir une intensité acoustique de :

$$J_{min} = 1 \text{ pW/m}^2.$$

Ce qui correspond a une pression acoustique :

$$P_{min} = 20 \ \mu\text{Pa}$$

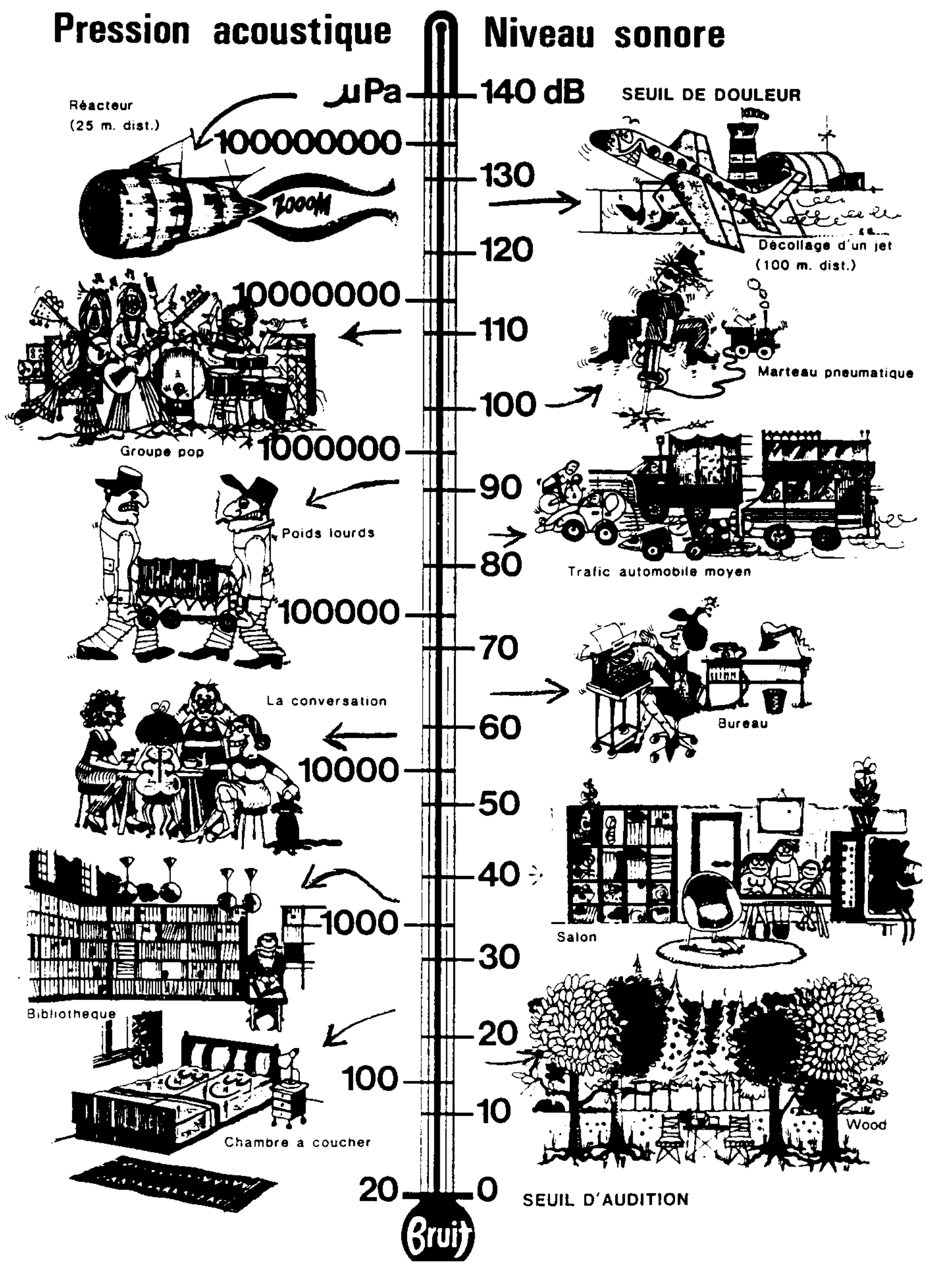
Seuil de la douleur

L'intensité acoustique extrême pouvant être perçue en tant que son est dépendante de la fréquence. L'oreille est plus sensible entre 400 Hz et 1000 Hz

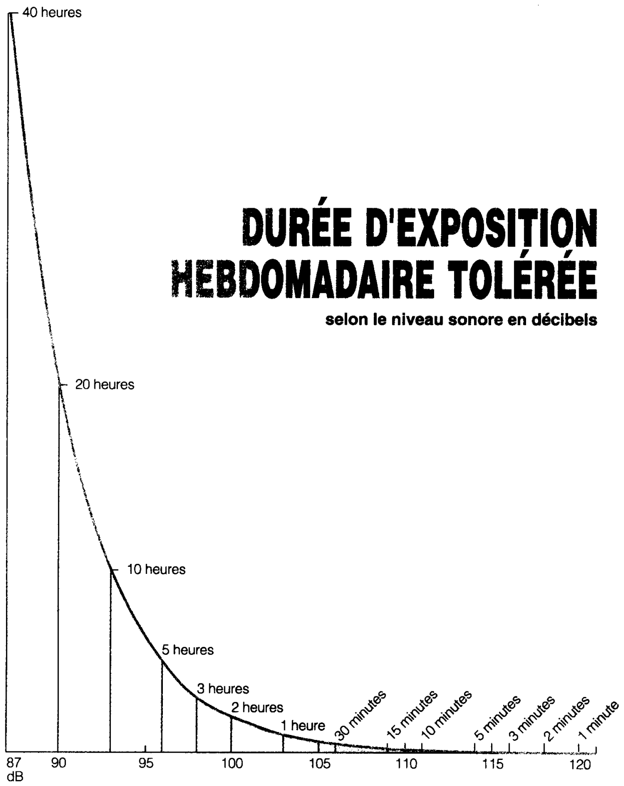
Le seil de la douleur correspond à une intensité de J_{max} = 100 W/m^2.

Ceci correspond a une pression acoustique de P_{max} = 200 Pa

Correspondance du niveau sonore en dB et de la pression acoustique en µPa



Durée d'exposition hebdomadaire tolérée selon le niveau sonore en dB(SL)



Selon l'Office fédéral de la santé publique (OFSP) et la SUVA, 30 % des jeunes Suisses souffrent d'une atteinte mesurable de l'audition. En effet, selon l'OSFP, la limite admissible de 87 dB pendant 40 heures est souvent dépassée pendant leurs loisirs.
A 120 dB, on estime avoir atteint le seuil de la douleur.
A 140 dB, l'intensité sonore a atteint un dommage irrémédiable.

Affaiblissement et gain d'un signal acoustique

Notions sur le logarithme

Notre sensibilité auditive ***n'est pas directement proportionnelle aux pressions mécaniques correspondantes***. Par exemple, si nous écoutons successivement 10, 100, 1000, ... 10k ... trompettes (supposées égales en intensité) nous n'avons pas l'impression d'entendre des sons 10, 100, 1000, etc. fois plus forts mais seulement un doublement de la puissance à chaque fois.

C'est ce qu'exprime la loi de Fechner (1825), qui dit que : ***"la sensation sonore est proportionnelle au logarithme de l'excitation"***,

Cette loi de caractère physiologique est également vraie pour la lumière et la chaleur, à condition que l'on ne s'éloigne pas trop des valeurs moyennes d'excitation physiologique.

Il faut ***une pression acoustique 10 fois plus forte pour avoir l'impression d'un son 2 fois plus intense***.

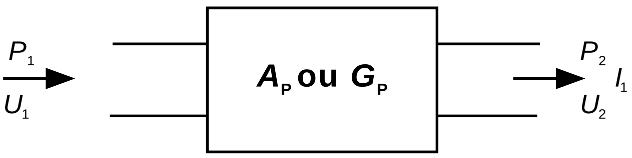
Bel

L'emploi du ***Bel*** (nom donné à ce rapport en hommage à Graham Bell, l'un des inventeurs du téléphone en 1876) permet d'exprimer ***l'affaiblissement ou le gain d'un signal acoustique***.
Contrairement au mètre qui est une grandeur fixe (étalon), le Bel est ***un rapport***. Les valeurs exprimées en bels sont donc relatives; ***elles permettent de comparer les puissances mises en jeu en différents points d'une ligne de transmission téléphonique*** ou entre l'entrée et la sortie d'un amplificateur. Et ceci d'une manière significative pour notre cerveau !

En choisissant, par convention, une puissance de référence (la convention UIT-T a défini la puissance de 1 mW sur 600 Ω comme référence - avis V.1 ou V.2), il devient possible d'exprimer, en unités logarithmiques, des puissances absolues : on parle alors de ***niveau***. Suivant les applications, les niveaux de référence peuvent être différents; il faut une grande rigueur de notation; ***la référence adoptée ne doit jamais être omise***.

2.5.3 Affaiblissement A_P et gain G_P en puissance

L'affaiblissement ou le gain d'un quadripôle est exprimé par ***le rapport de la grandeur de sortie sur la grandeur d'entrée*** (puissance, tension ou courant).
On entend par quadripôle une partie d'installation (par exemple : câble) ou appareil (par exemple : amplificateur) où l'on applique un signal à l'entrée et l'on recueille le signal amplifié ou atténué à la sortie.



Soit : $A_P = \dfrac{P_2}{P_1}$ *ou* $A_U = \dfrac{U_2}{U_1}$ *ou* $A_I = \dfrac{I_2}{I_1}$

L'affaiblissement de puissance A_P (ou le gain en puissance G_P) correspond à un certain nombre d'échelons dans la plage de perception sonore. Il existe donc un rapport entre deux grandeurs de même espèce. Exprimé en bels, cet affaiblissement (ou ce gain) est donné par la relation :

si le résultat est ***plus petit que 0*** (négatif),

il y a ***affaiblissement ou atténuation;***

$$\boxed{A_P = \log\frac{P_2}{P_1} \qquad \text{unité : B}}$$

si le résultat est ***plus grand que 0*** (positif),

il y a ***amplification ou gain*** .

$$\boxed{G_P = \log\frac{P_2}{P_1} \qquad \text{unité : B}}$$

Le décibel (dixième du Bel), est préféré au Bel car il est plus commode dans l'usage pratique, d'où le facteur 10.

$$\boxed{A_P = 10\cdot\log\frac{P_2}{P_1} \qquad \text{unité : dB}}$$

<u>Exemple</u>
Une source sonore émet un son d'une puissance de 45 W. Elle est recueillie quelques mètres plus loin et n'a plus qu'une puissance de 5 W. Calculer l'affaiblissement.

Affaiblissement :

$$A_P = 10\cdot\log\frac{P_2}{P_1} = 10\cdot\log\frac{5}{45} = \mathbf{-\ 9{,}45\ dB}$$

2.5.4 Niveau d'intensité acoustique L_J perçu par l'oreille en dB(SL)

Pour caractériser un niveau acoustique déterminé, il est indispensable de choisir un niveau de référence. Dans ce cas, la référence est le seuil d'audibilité à 1000 Hz. Il est noté de la manière suivante : J_0 = 1 pW/m^2 .

Le niveau (absolu) d'intensité acoustique LJ est donné par la formule :

$$\boxed{L_J = 10\cdot\log\frac{J_1}{J_0} \qquad \text{unité : dB(SL)}}$$

L'abréviation SL signifiant en anglais Sound Level (niveau sonore).

Série 10

Exemple

Quel sera le niveau acoustique en dB(SL) ressenti par un promeneur se trouvant à proximité d'un véhicule émettant un bruit de 10 $\mu W/m^2$.

Niveau acoustique :

$$L_J = 10 \cdot \log \frac{J_1}{J_0} = 10 \cdot \log \frac{10 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = \mathbf{70\ dB(SL)}$$

Niveau de puissance L_P d'un signal électrique transmis sur une sur une ligne en dB(mW)

Soit le reportage d'une manifestation sportive des USA vers l'Europe, via satellite. Les grandeurs acoustiques interviennent au début (microphone, prise de son) et à la fin de la chaîne de transmission (haut-parleur). Tous les autres niveaux, à chaque maillon de la chaîne de télécommunication, sont des puissances électriques qu'il est utile d'exprimer en unité logarithmique.

Pour cela, il faut choisir une puissance de référence qui sera par exemple :
P_0 = 1 mW.
Le niveau (absolu) de puissance L_P est donné par la formule :

$$\boxed{\boldsymbol{L_P = 10 \cdot \log \frac{P_1}{P_0}} \qquad \text{unité : dB(mW)}}$$

L'usage admet l'abréviation " dBm" pour dB(mW).

Exemples

P_1 = 1 mW	L_P = 0 dB(mW)
P_1 = 2 mW	L_P = 3 dB(mW) gain
P_1 = 0,5 mW	L_P = - 3 dB(mW) affaiblissement

Niveau de tension L_U d'un signal électrique transmis sur une ligne en dB(0,775 V) 600 Ω

De nombreux voltmètres électroniques ont une échelle en décibels avec le 0 dB correspondant à 0,775 V. Sur une résistance de 600 Ω (impédance caractéristique d'une ligne de téléphone) cette tension engendre une puissance de 1 mW.
Ainsi, si la mesure s'effectue sur 600 Ω, on obtient une lecture en dB(mW) avec U_0 = 0,775 V sous 600 Ω - 1 mW, d'où :

$$L_U = 20 \cdot \log \frac{U_1}{U_0} \qquad \text{unité : dB}$$

Série 10

Addition de deux ou plusieurs signaux

L'addition de deux ou plusieurs signaux, connus chacun en décibels, ne peut se faire qu'en ***revenant à l'expression des puissances ou des intensités, qui seules s'additionnent***.

$$L_J = 10 \cdot \log\left(\frac{J_1}{J_0} + \frac{J_2}{J_0} + \frac{J_3}{J_0} + \ldots\right) \quad \text{ou} \quad L_P = 10 \cdot \log\left(\frac{P_1}{P_0} + \frac{P_2}{P_0} + \frac{P_3}{P_0} + \ldots\right)$$

Exemple

Calculer le niveau de puissance résultant de deux sources sonores de L_{P1} = 100 dB(SL) et L_{P2} = 90 dB(SL).

Niveau de puissance résultant :

$$L_{P1} = 10 \cdot \log \frac{P_1}{P_0} \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = 10^{\frac{L_{P1}}{10}} = 10^{\frac{100}{10}} = 10^{10}$$

$$L_{P2} = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_0} \Rightarrow \frac{P_2}{P_0} = 10^{\frac{L_{P2}}{10}} = 10^{\frac{90}{10}} = 10^{9}$$

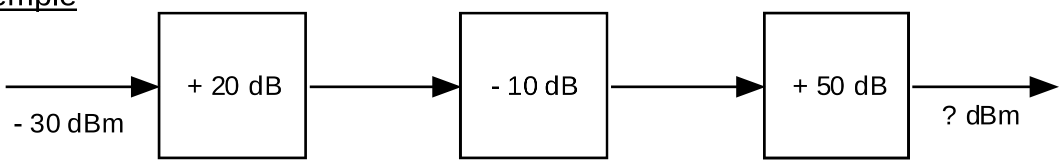
$$L_P = 10 \cdot \log\left(\frac{P_1}{P_0} + \frac{P_2}{P_0}\right) = 10 \cdot \log\left(10^{10} + 10^{9}\right) = \mathbf{100,4\ dB(SL)}$$

2.5.8 Chaîne électroacoustique

Dans une chaîne électroacoustique (hypsogramme) ou de télécommunications, les ***gains et les affaiblissements, exprimés en décibels, s'additionnent algébriquement***.

$$L_{Jtot} = L_{J1} + L_{J2} + L_{J3} + \ldots \qquad \text{ou} \qquad L_{Ptot} = L_{P1} + L_{P2} + L_{P3} + \ldots$$

Exemple



Calculer le gain ou l'affaiblissement à la fin de la chaîne électroacoustique ci-dessus. Calculer le niveau du signal en dBm à la sortie.

Gain :

$G_P = +20 - 10 + 50 = \mathbf{+\,60\ dB}$

Niveau du signal à la sortie :
$L_{Psortie} = L_{Pentrée} + G_P = -30 + 60 = \mathbf{+\,30\ dBm}$

Série 10

Exercice3

1. Quelques calculs avec les logarithmes.
   log 10 =
   log 456 =
   $10^{2,66}$ =
   10^{6} =
   log (10^{6}) =
   log ($10^{5} + 10^{4}$) =
   log (10^{5}) + log (10^{4}) =
   $10^{(\log(4500) - \log(34))}$ =
   $10^{(\log(335) + \log(7897))}$ =

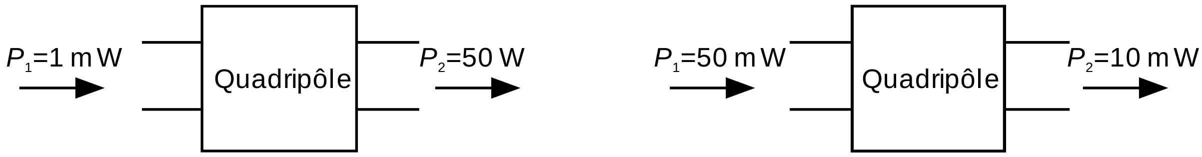
2. Une tondeuse à gazon produit une puissance sonore de 0,3 W. La personne qui la manoeuvre se trouve à une distance de 1,5 m.
   Calculer, en dB(SL), l'intensité sonore que la personne perçoit, doit-elle se protéger, si non quelle est la durée hebdomadaire qu'elle peut supporter sans dommage ?

2. On double l'intensité sonore. De quelle façon varie le niveau sonore ?

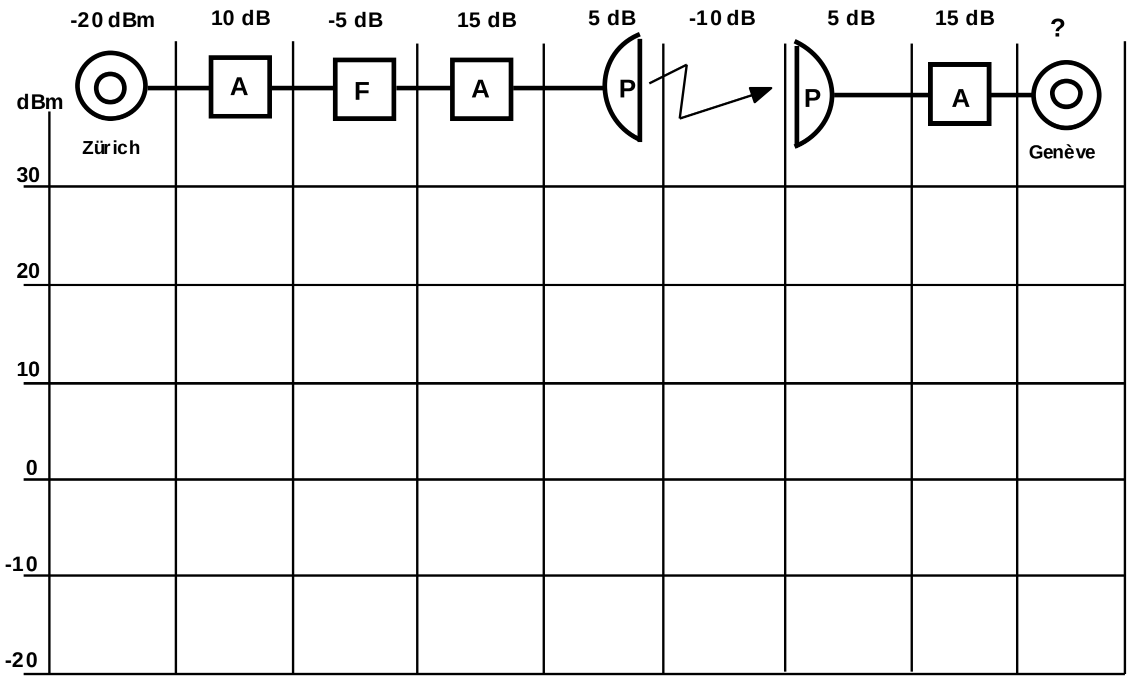
4. Le haut-parleur de basses fréquences d'une chaîne stéréo présente une aire de 0,05 m^2 et produit 1 W de puissance acoustique. Calculez l'intensité du son tout près du haut-parleur.

Série 10

5. Calculer en dB les gains et affaiblissements des quadripôles ci-dessous.



6. Lors d'une mesure d'une liaison téléphonique entre Zurich et Genève, le niveau de puissance à Zurich est de -20 dBm. Les affaiblissements des filtres, les gains des amplificateurs et des antennes paraboliques sont connus.
Trouver par le graphique ci-dessous l'affaiblissement en dB pour la liaison radio et le niveau en dBm à Genève.
Reporter sur l'hypsogramme les gains et affaiblissements.



7. Si le niveau d'intensité moyen de 2 postes de radio est pour chacun d'eux de 45 dB, quel est le niveau d'intensité moyen des 2 postes allumés et accordés sur 2 stations différentes ? (J_0 = 1 pW/m²).

8. Calculer la puissance à la sortie et le niveau de puissance en dBm de 2 signaux P_1 et P_2 envoyés en même temps sur cette ligne de transmission. (P_0 = 1 mW).