Mathématiques

INORMATIQUE DU

BÂTIMENT

Objectifs de performance :

- Créer des diagrammes vectoriels et calculer des vecteurs
- Effectuer des calculs de longueur dans un espace tridimensionnel
- Calculer les surfaces et les volumes de différents corps (prismes)
- Construire et calculer des fonctions trigonométriques sur le cercle unité

Table des matières

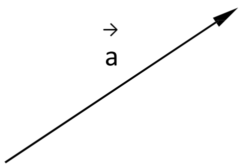
1 Vecteurs

- Une **grandeur scalaire** est entièrement caractérisée par la seule indication d'une valeur numérique.
  → exemples : température, temps, masse, énergie ...

- Une **grandeur vectorielle** est entièrement caractérisée par l'indication d'une valeur numérique et d'une direction.
  → Exemples : Force, vitesse, accélération ...

Vecteur

Un vecteur est représenté graphiquement par une flèche. La longueur de la flèche du vecteur est proportionnelle à la valeur absolue du vecteur. La flèche indique la direction et l'orientation du vecteur.



La variable d'un vecteur est indiquée par une petite flèche au-dessus du symbole de la lettre :

$\vec{a}$

L'ensemble de toutes les flèches ayant la même longueur et la même direction forme un vecteur (libre).

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

- **Montant**

Le montant d'un vecteur correspond à la longueur de la flèche. Le montant est une grandeur scalaire (positive).

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- **Égalité de vecteurs**

2 vecteurs sont égaux si leur **longueur** (= **montant), leur direction** et **l'orientation** correspondent.

1.1 Opérations arithmétiques et propriétés spéciales

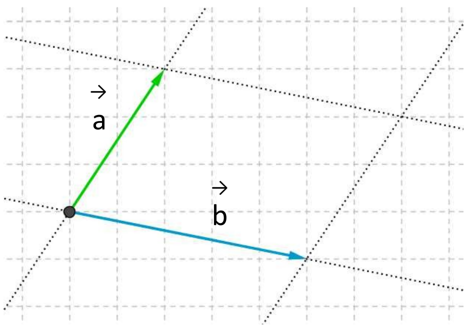
- **Addition vectorielle** $\vec{a}+\vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$

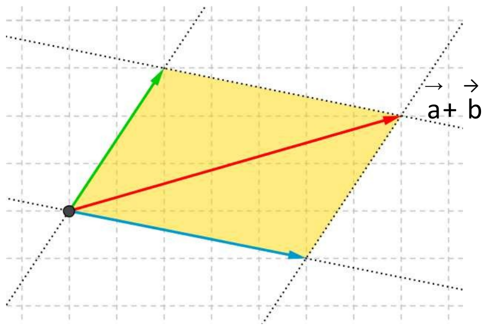
Exemple: Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont additionnés.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

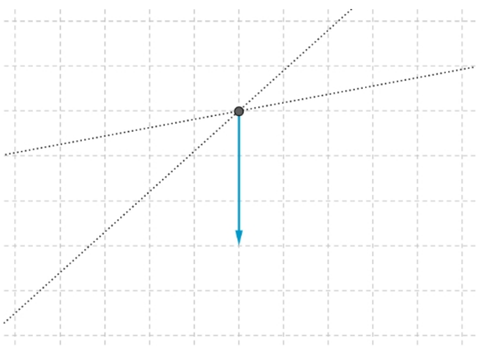
$$\vec{a}+\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+5 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

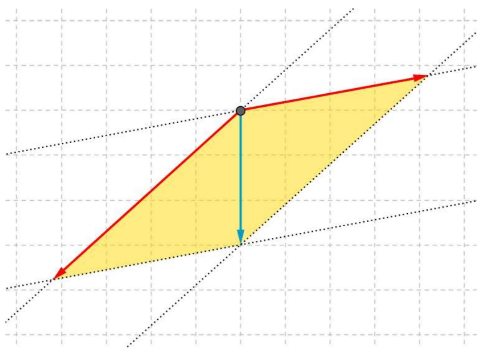
Lors de l'addition vectorielle graphique, les directions vectorielles sont complétées par le début et la fin des deux vecteurs grâce à un déplacement parallèle. On obtient ainsi un parallélogramme. La somme des vecteurs correspond à la diagonale du parallélogramme (en partant du point de départ des deux vecteurs à additionner).





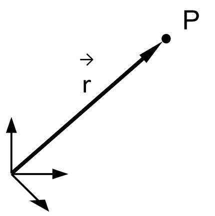
Décomposition vectorielle Un vecteur peut être décomposé en vecteurs de n'importe quelle direction donnée.





- **Vecteur de lieu** local

Le vecteur $\vec{r}$ commence à l'origine du repère et pointe vers le point P (x | y | z). Le vecteur de lieu est un vecteur lié[1] .



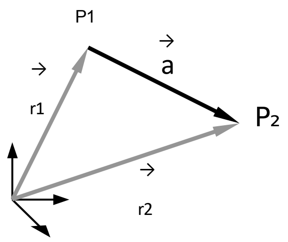
$$P(x \mid y \mid z) \rightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- **Vecteur de début et de fin**

ur

Point final

Vecteur $\vec{a}$ du point $P_1 (x_1 \mid y_1 \mid z_1)$ à $P_2 (x_2 \mid y_2 \mid z_2)$.



$$P_1(x_1 \mid y_1 \mid z_1) \rightarrow \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

$$P_2(x_2 \mid y_2 \mid z_2) \rightarrow \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix}$$

Règle à retenir : "le sommet moins le début"

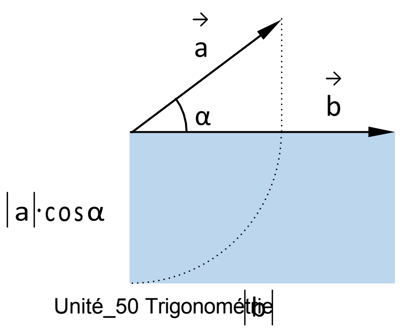
- **Distance entre deux points**

Distance entre $P_1 (x_1 \mid y_1 \mid z_1)$ et $P_2 (x_2 \mid y_2 \mid z_2)$.

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- **Produit scalaire**

La variante la plus simple de la multiplication vectorielle est le Le produit scalaire. Le résultat du produit scalaire n'est pas un vecteur mais un nombre (= grandeur scalaire).



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

Interprétation géométrique du produit scalaire :

Les proportions (= longueurs) des vecteurs sont multipliées,

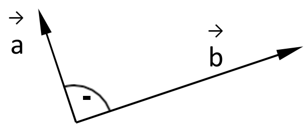
[1] Un "vecteur libre" - à la différence d'un "vecteur lié" - peut être déplacé à volonté.

qui ont la même direction.

Le produit scalaire correspond à la "surface" d'un rectangle avec les longueurs des côtés $|\vec{a}|\cos\alpha$ et $|\vec{b}|$.

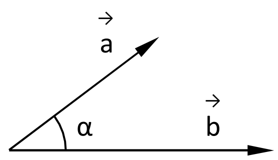
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$$

- **Vecteurs perpendiculaires** Le produit scalaire de deux vecteurs perpendiculaires entre eux vecteurs est égal à zéro.



$$\vec{a} \perp \vec{b} \longleftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \overset{!}{=} 0$$

- **Angle entre 2 vecteurs** Calcul de l'angle entre deux vecteurs avec le produit scalaire.



$$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\,\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|} = \frac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

1.2 Digression : navigation d'un voilier contre le vent

Comment un voilier peut-il remonter contre le vent ?

Nous considérons un modèle simple pour expliquer le principe du "croisement contre le vent" :

① Le **vent** est représenté par le vecteur bleu :
– La direction du vent est de haut en bas.
– La force du vent est donnée par la valeur absolue du vecteur (= 1).

② La **direction de la voile** est donnée par la droite correspondante.

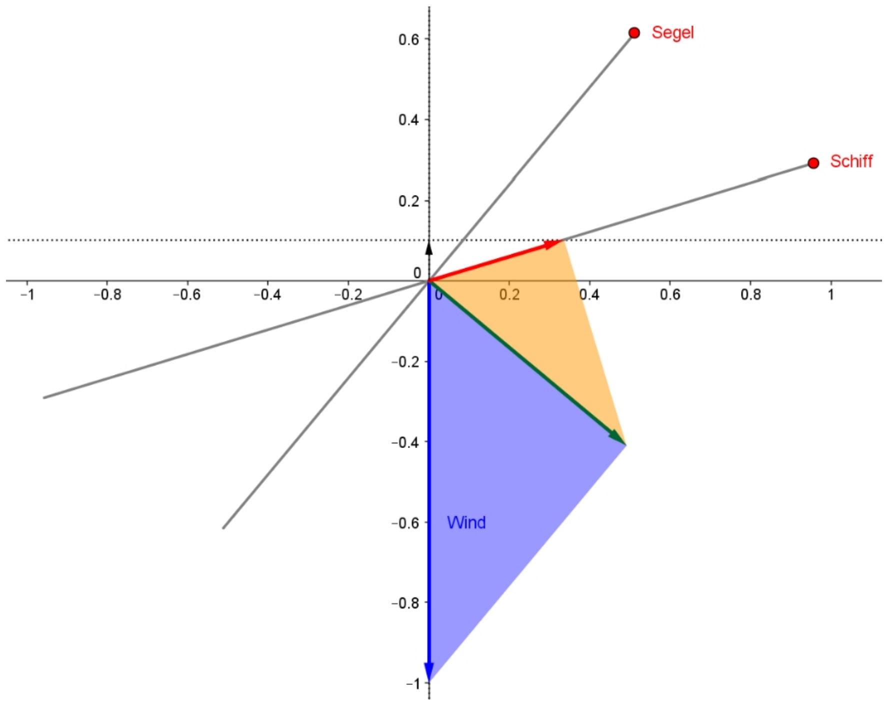
Seule la partie du vecteur vent (en bleu) qui frappe perpendiculairement la voile exerce une force sur le bateau. Cette partie est représentée par le vecteur vert sur le schéma.

③ La **direction de déplacement du bateau** est donnée par la droite correspondante.

Seule la part du vecteur de force vert dans le sens de la marche provoque un mouvement du bateau. Cette part est représentée par le vecteur rouge sur le schéma.

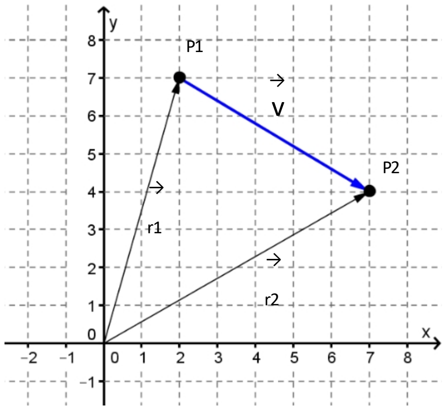
(La "dérive" latérale du navire n'est pas prise en compte).

Le voilier se déplace principalement vers la droite, mais aussi un peu vers le haut, dans le sens contraire du vent.



1.3 Exercices d'entraînement : Calculs généraux

1) Le point P_1 (2 | 7) doit être déplacé de 5 unités dans la direction x et de -3 unités dans la direction y. Calculez les coordonnées du point déplacé P_2.



Comme on ne peut pas additionner ou soustraire des points et des vecteurs, les points sont remplacés par des vecteurs **locaux,** c'est-à-dire des vecteurs qui commencent à l'origine du système de coordonnées et pointent vers le point.

$$\vec{r_2} = \vec{r_1} + \vec{v} = \begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2+5\\7-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$$ → P_2 (7 | 4)

Les points P_1 sont entourés de $\vec{v}$ est déplacé. Calculez les coordonnées du point déplacé P_2.

→ Veillez à utiliser l'écriture vectorielle correcte lors des calculs.

a.) P_1 (-3 | 1) $\quad \vec{v} = \begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$

b.) P_1 (22.8 | -12.5) $\quad \vec{v} = \begin{pmatrix}-9.4\\8.1\end{pmatrix}$

c.) P_1 (-2 | 8 | 3) $\quad \vec{v} = \begin{pmatrix}7\\-5\\1\end{pmatrix}$

d.) P_1 (1.5 | -4.0 | -3.5) $\quad \vec{v} = \begin{pmatrix}6.0\\-2.5\\0.5\end{pmatrix}$

2) On connaît les données suivantes du parallélogramme ABCD :

A (-5 | 3) $\qquad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix} \qquad \vec{AD} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Calculez les coordonnées des sommets B, C et D.

3) On connaît les données suivantes du triangle ABC :

A (5 | 0| 10) $\qquad \vec{AB} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 24 \end{pmatrix} \qquad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -16 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix}$

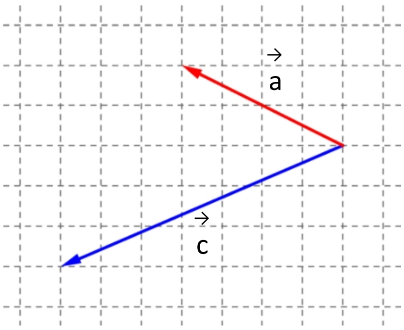
a.) Calculez les coordonnées des sommets B et C.

b.) Calculez les longueurs des côtés a, b et c du triangle ABC.
$a = \overline{BC} \qquad b = \overline{AC} \qquad c = \overline{AB}$

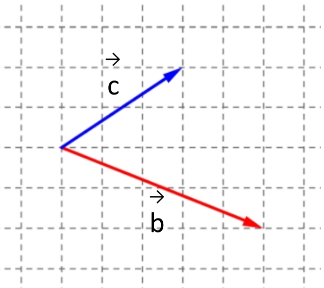
→ Longueurs des côtés en "unités de longueur" LE

4) Il s'applique $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$. Notez $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sous forme vectorielle.

a.)



b.)

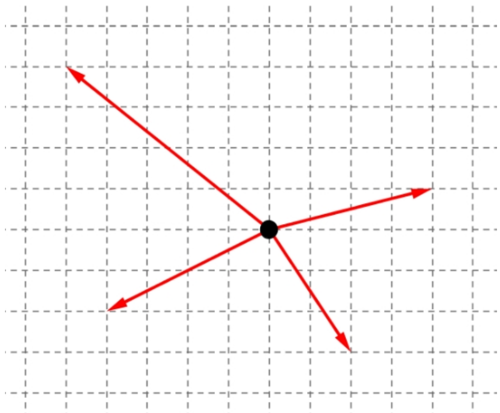


1.4 Exercices d'entraînement : Additionner les forces et décomposer

1) Sur un objet agissent simultanément 4 forces différentes, représentées par 4 vecteurs.

Direction de la force → Direction du vecteur

Force (= intensité) de la force → Longueur de la flèche du vecteur

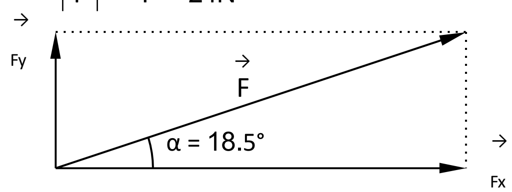


a.) Notez les "forces" sous forme vectorielle et calculez le vecteur total résultant (= somme des 4 vecteurs).

b.) Dans quelle direction l'objet se déplace-t-il ?
→ Indiquer le vecteur avec la direction correspondante

2) Le vecteur de force $\vec{F}$ est décomposé en ses composantes de force dans la direction x (= $\vec{F_x}$) et dans la direction y (= $\vec{F_y}$).

$|\vec{F}| = F = 24N$ (Newton : unité de force)

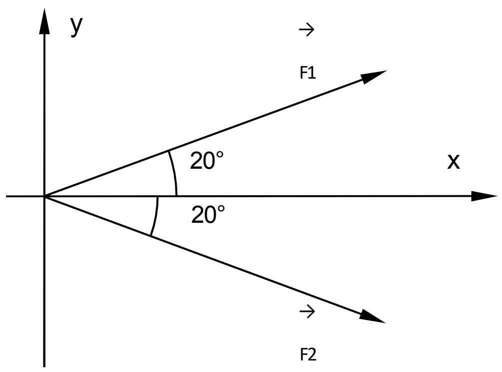


– Calculez les composantes x et y des vecteurs $\vec{F_x}$, $\vec{F_y}$ et $\vec{F}$.

– Notez $\vec{F_x}$, $\vec{F_y}$ et $\vec{F}$ sous forme vectorielle.

$\vec{F_x} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ $\vec{F_y} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ $\vec{F} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

3) Calculez la force $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$.



Pour les montants :
$F_1 = F_2 = 27N$

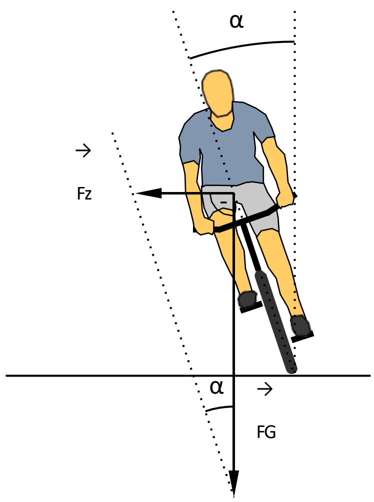
Notez $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_1} + \vec{F_2}$ sous forme vectorielle.

$\vec{F_1} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ $\vec{F_2} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

4) Lorsque vous prenez un virage sur votre vélo, il est bien connu que vous devez vous coucher vers l'intérieur du virage.

force du poids : $\vec{F_G} = 800\ N$

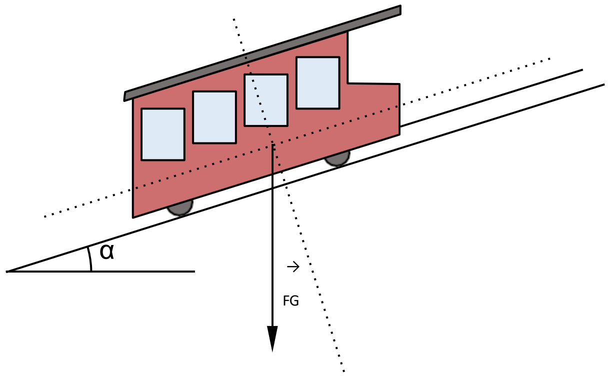
Force centripète : $\vec{F_z} = m \cdot \frac{v^2}{\ } = 180\ N$



Dans ce cas, de quel angle α doit-on se placer dans la courbe ?

Complément :
Pour une vitesse v = 4,5m/s et un rayon de courbure de r = 9,0m, une force centripète - toujours en direction du centre de la courbe - de 180 N est nécessaire.

5) Le Polybahn de Zurich va du Central à l'ETH (= Polytechnikum) avec une pente moyenne de 24%. Cela représente un angle d'inclinaison de α = 13,5°.



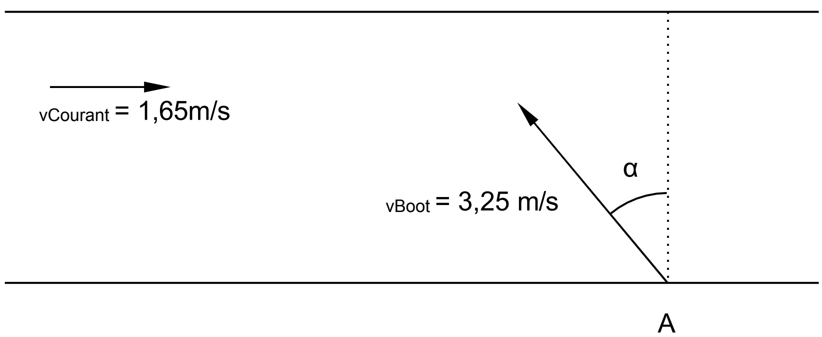
a.) Décomposez le vecteur F_G sur le croquis en un vecteur parallèle au rail et un vecteur perpendiculaire au rail. Tracez les vecteurs F_H ("force de poussée") et F_N ("force normale") le plus précisément possible sur le croquis.

b.) La force de poids (= wagon + passagers) est de 56000N.

Avec quelle force le chariot tire-t-il parallèlement au rail en direction de la station aval ("force de poussée vers le bas de la pente") ?

Calculez la valeur de la force de poussée F_H.

6) Vous voulez traverser une rivière de 120 m de large de A à B avec un bateau à moteur. La vitesse du courant de la rivière est $v_{Courant}$ = 1,65 m/s. La vitesse du bateau à moteur est v_{Bateau} = 3,25 m/s, ce qui signifie que sans courant, vous navigueriez à cette vitesse. Pour ne pas être emporté par la rivière, vous devez naviguer en oblique par rapport au courant selon un angle α.

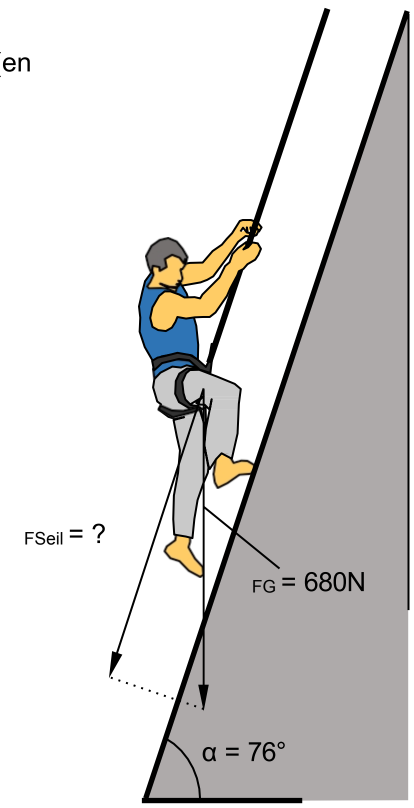


a.) Calculez l'angle α.

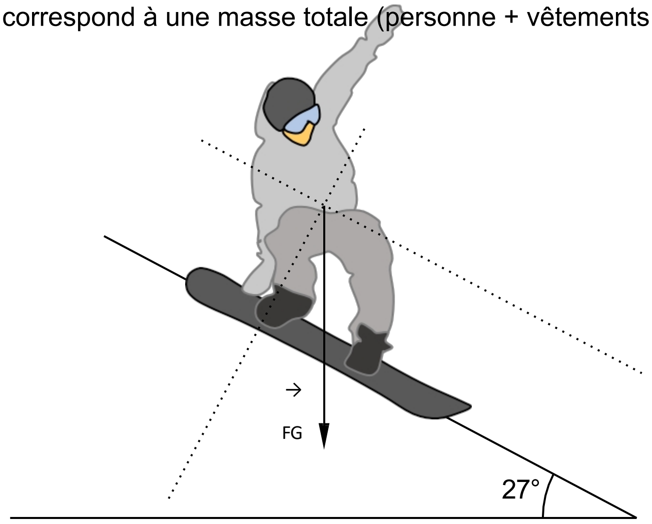
b.) A quelle vitesse le bateau à moteur se déplace-t-il de A à B le long de la ligne pointillée ?

7) Un grimpeur descend en rappel une paroi inclinée à 76°.
Le poids F_G est de 680N (soit environ 68kg). Quelle force (en

Newton) agit sur la corde, c'est-à-dire $F_{S\ corde}$ = ?



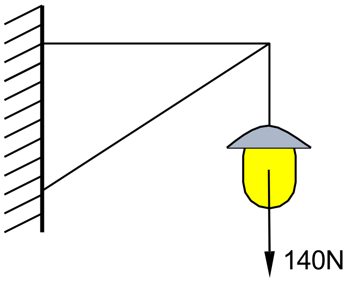
8) Un snowboarder avec une force de poids de F_G = 780 N skie sur une pente avec une inclinaison de 27°. [Cela correspond à une masse totale (personne + vêtements + planche) d'environ 78 kg].



Décomposez la force de poids F_G en 2 forces partielles, une part de force parallèle à la pente (= F_H) et une part de force perpendiculaire (normale) à la pente (= F_N).

Calculez les montants des forces F_H ("force de poussée vers le bas") et F_N (force normale).

9) Une lanterne est fixée à un mur à l'aide de deux tiges. La tige horizontale a une longueur de 90cm, et la tige inférieure mesure 106cm. Le poids de la lanterne est de 140N. La masse des tiges n'est pas prise en compte.



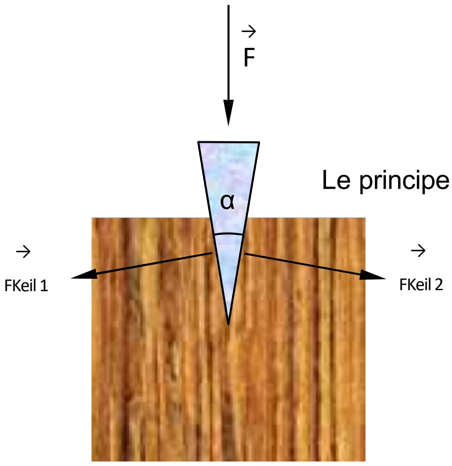
a.) Quelle est la nature de la contrainte exercée sur les deux barres (traction ou compression) ?

barre horizontale :

barre inférieure :

b.) Calculez les forces exercées sur les fixations murales des barres.

10) Pour fendre une pièce de bois, on utilise un coin avec un angle d'ouverture de α = 12°. Quel forces latérales $\vec{F}_{Keil}$ se produisent pour une force d'impact de F = 800N sur la cale ?

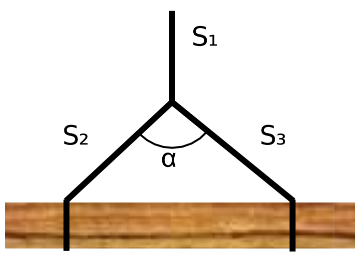


Remarque :

Le principe est le suivant $\vec{F} = \vec{F}_{Cale\,1} + \vec{F}_{Cale\,2}$

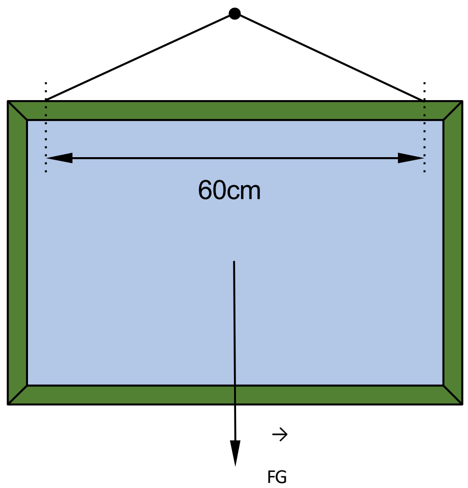
Calculez les montants des forces $\vec{F}_{Keil\,1}$ et $\vec{F}_{Keil\,2}$.

11) Lors du levage d'une poutre, les 3 sections de câble S_1, S_2 et S_3 subissent en général des forces de câble différentes. Pour quel angle d'ouverture α, les 3 câbles subissent-ils la même charge ?

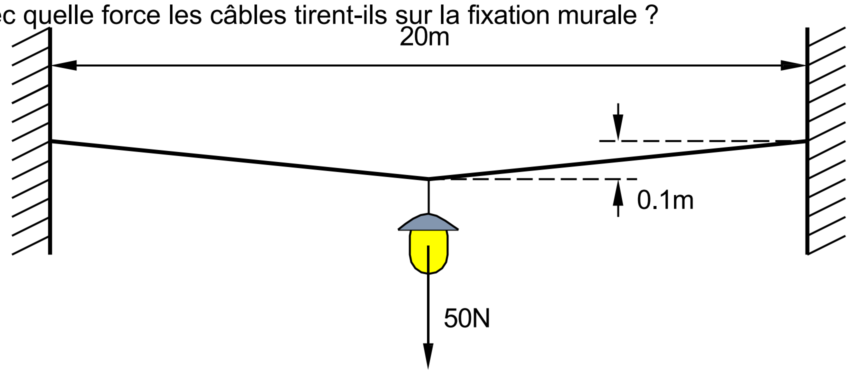


12) Un tableau est suspendu horizontalement à un mur par une ficelle de 68 cm de long.

Déterminez les valeurs F_1 et F_2 des forces de tension dans les deux sections de la corde lorsque le poids de l'image est F_G = 24N.

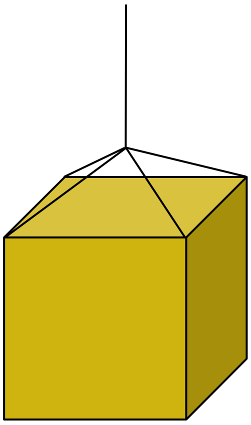


13) Avec quelle force les câbles tirent-ils sur la fixation murale ?



14) Une grue soulève une caisse cubique d'une longueur d'arête de 3.0m. Les 4 sections de câble fixées aux coins de la caisse ont une longueur de 2,5 m chacune. Le poids de la caisse est de 8000N.

Calculez la force dans chacune des 4 sections de corde.



1.5 Exercices de mathématiques : Produit scalaire

1) Deux vecteurs - de même dimension - peuvent non seulement être additionnés ou soustraits, mais on peut aussi les multiplier l'un par l'autre.
La variante la plus simple de la multiplication vectorielle est le **produit scalaire**. Le résultat du produit scalaire n'est pas un vecteur mais un nombre (= grandeur scalaire).

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x\cdot b_x + a_y\cdot b_y$$

Calculez le produit scalaire.

a.) $\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

b.) $\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$

c.) $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

d.) $\begin{pmatrix} -2.5 \\ 4.0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5.0 \\ -1.5 \end{pmatrix}$

e.) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

f.) $\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

2) Si deux vecteurs sont perpendiculaires l'un à l'autre, alors le produit scalaire de ces vecteurs a une valeur nulle. Vérifiez si les vecteurs sont perpendiculaires entre eux en calculant le produit scalaire.

a.) $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \end{pmatrix}$

b.) $\begin{pmatrix} -8 \\ 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$

Deux vecteurs perpendiculaires l'un à l'autre sont donnés. Déterminez la valeur de la coordonnée manquante.

c.) $\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 12 \\ y \end{pmatrix}$

d.) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 7 \end{pmatrix}$

e.) $\begin{pmatrix} 3 \\ y \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$

f.) $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -15 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$

3) En partant du coin A (-5 | 3 | 1), les vecteurs définissent $\vec{a}$ et $\vec{b}$ un rectangle.

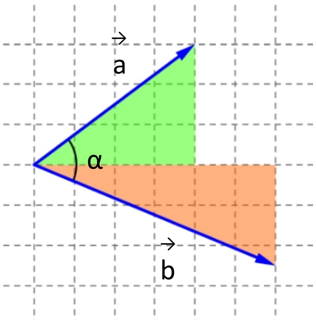
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ z \end{pmatrix}$$

a.) Déterminez la composante z manquante du vecteur $\vec{b}$.

b.) Calculez les coordonnées des points B, C et D du rectangle.

c.) Calculez les coordonnées du point central M du rectangle.

4) a.)Utilisez le produit scalaire pour déterminer l'angle entre les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2.5 \end{pmatrix}$$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

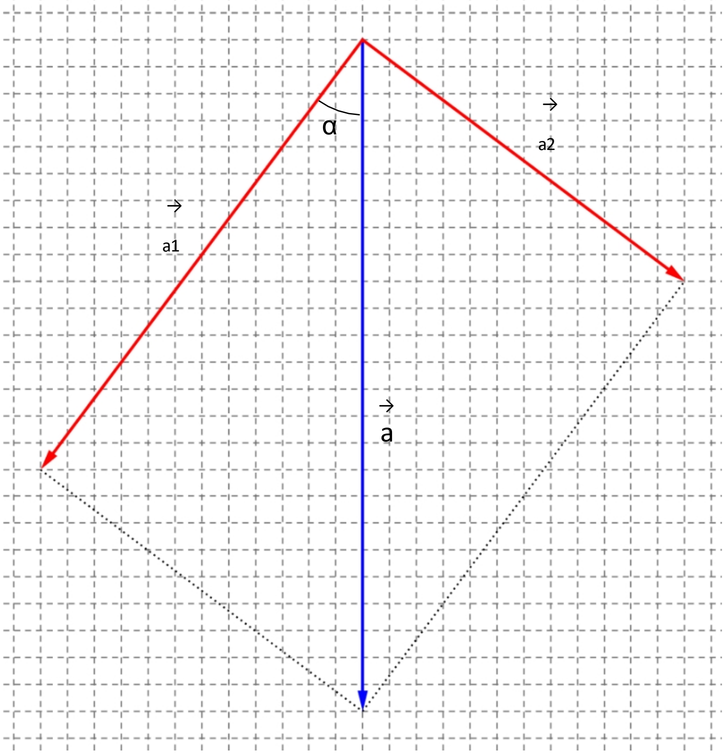
b.)Pour vérifier, calculez l'angle avec la trigonométrie en divisant la disposition en deux triangles rectangles.

5) Le vecteur $\vec{a}$ est décomposé en deux vecteurs $\vec{a}_1$ et $\vec{a}_2$.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -25 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} -12 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix}$$



a.) Démontrer par le calcul que ce qui suit est vrai :

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$$

$$\vec{a}_1 \perp \vec{a}_2 \,.$$

b.) Calculez les montants (= longueurs) de $\vec{a}$, $\vec{a}_1$ et $\vec{a}_2$.

c.) Calculez l'angle α avec le produit scalaire :

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{a}_1}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a}_1|}$$

d.) Calculez l'angle α avec la trigonométrie sur le triangle rectangle :

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ancathéte}}{\text{Hypoténuse}}$$

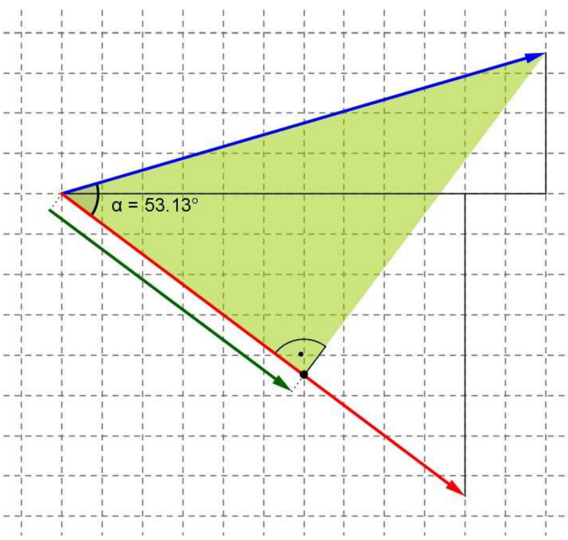
6) Produit scalaire des vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3.5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ -7.5 \end{pmatrix}$

a.) Calculez le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -7.5 \end{pmatrix}$

b.) Le produit scalaire de deux vecteurs consiste à multiplier les parties de vecteur ayant la même direction.

Pour cela, on détermine la part du vecteur $\vec{a}$ dans la direction du vecteur $\vec{b}$, en ce que le Vecteur $\vec{a}$ perpendiculaire au vecteur $\vec{b}$ est projeté :

$$\vec{a}_{apr} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4.5 \end{pmatrix}$$



Calculez le produit scalaire en divisant les montants (= longueurs) des Vecteurs $\vec{a}_{apr}$ et $\vec{b}$ multiplier par b.

$|\vec{a}_{apr}| =$

$|\vec{b}| =$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}_{apr}| \cdot |\vec{b}|$

c.) Calculez le produit scalaire en utilisant les montants (= longueurs) des vecteurs et le cosinus de l'angle α.

$|\vec{a}| =$

$|\vec{b}| =$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$ car $|\vec{a}_{apr}| = |\vec{a}| \cdot \cos\alpha$

d.) Calculez l'angle α avec la trigonométrie en décomposant l'assemblage en deux triangles rectangles (voir le schéma).

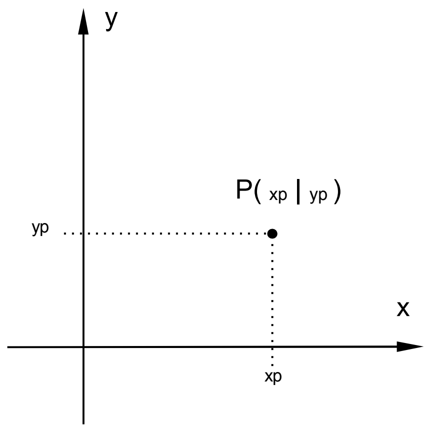
2 Calculs de longueur dans l'espace tridimensionnel

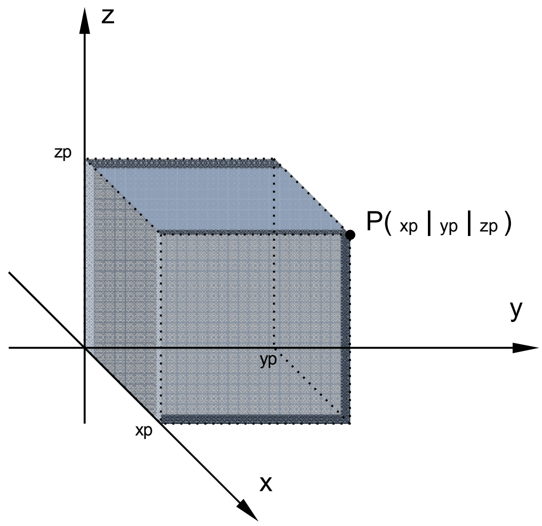
Le système de coordonnées cartésiennes - nommé d'après René Descartes[2] - permet de donner une position spatiale exacte à des points et se compose de 2 ou 3 axes perpendiculaires entre eux.

2-représentation	dimensionnelle→ axe x, axe y
3-représentation	dimensionnelle→ axe x, axe y, axe z

Le point d'intersection des axes s'appelle l'origine. La valeur des axes à l'origine est nulle et des valeurs positives, de plus en plus grandes, sont portées dans le sens de la flèche.

Dans le système de coordonnées cartésiennes, des points quelconques sont définis de manière univoque par l'indication de leur position dans les directions x et y et en plus dans la direction z dans le cas tridimensionnel.



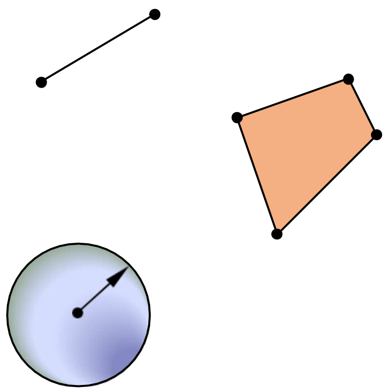


Le système de coordonnées cartésiennes permet de définir clairement la position des points dans l'espace. Les objets tridimensionnels dans l'espace peuvent être décrits à l'aide de plusieurs points.

① Une **ligne** droite est définie de manière unique par les coordonnées de son point de départ et de son point d'arrivée.

② La taille, la position et la situation spatiale d'un **quadrilatère** sont clairement définies par les coordonnées de ses sommets.

③ Une **sphère** est définie par les coordonnées de son centre et par la longueur de son rayon.



2 René Descartes (en latin : Renatus Cartesius), 1596 - 1650. Le Français Descartes était un philosophe, un mathématicien et un scientifique. En tant que philosophe, il a été le fondateur et le représentant le plus influent du *rationalisme* moderne. En tant que mathématicien, il a fondé la géométrie analytique, qui fait le lien entre l'algèbre et la géométrie.

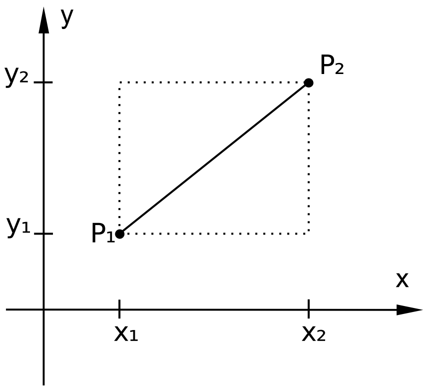
2.1 Longueurs et Distances

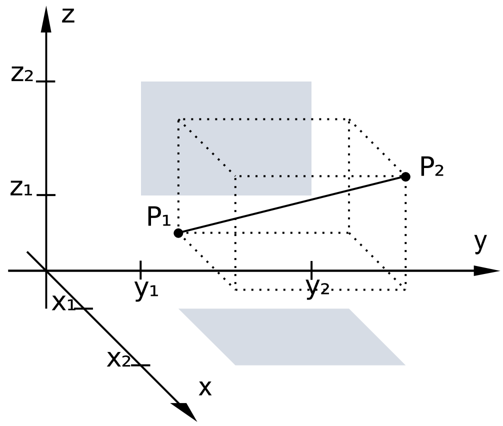
- **Distance entre deux points P_1 et P_2**

Points $P_1 (x_1 \mid y_1 \mid z_1)$ $P_2 (x_2 \mid y_2 \mid z_2)$

Distance $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

→ Dans le cas bidimensionnel, toutes les composantes z sont mises à zéro ou omises.





2-cas dimensionnel: la distance entre deux points est basée sur le calcul de la Longueur de la diagonale d'un rectangle dont les côtés ont pour longueur $(x_2 - x_1)$ et $(y_2 - y_1)$. Ceci est résolu à l'aide du théorème de Pythagore.

3-cas dimensionnel: la distance entre deux points est basée sur le calcul de la Longueur de la diagonale spatiale d'un parallélépipède rectangle dont les côtés ont pour dimensions $(x_2 - x_1)$, $(y_2 - y_1)$ et $(z_2 - z_1)$.

- **Centre M d'un segment**

Parcours $\overline{P_1P_2}$ $P_1 (x_1 \mid y_1 \mid z_1)$ $P_2 (x_2 \mid y_2 \mid z_2)$

Point central $M \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \mid \frac{y_1 + y_2}{2} \mid \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$

Les coordonnées du point central M sont les moyennes arithmétiques (= "moyenne") des composantes x, y et z.

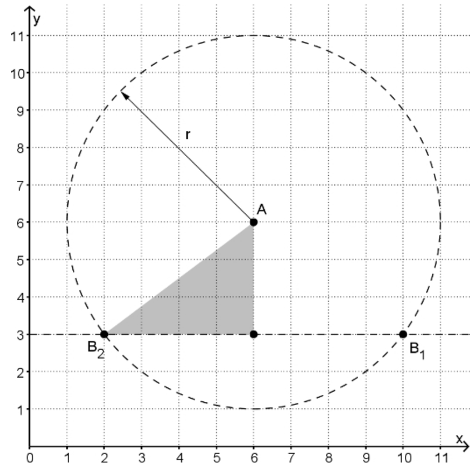
2.2 Problème avec 2 Solutions

Les points A et B sont donnés, ainsi que la distance $\overline{AB}$ = 5 LE. A (

6 | 6) B (x | 3)

La coordonnée x manquante du point B doit être déterminée.

- Le point B est situé sur le cercle de centre A (6 | 6) et de rayon r = 5 LE.
- La coordonnée y du point B est donnée : $y_B = 3$.



Pour le point B (x | 3), il y a 2 solutions :

$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ① B_1 (6 + 4 | 3) = B_1 (10 | 3)

② B_2 (6 - 4 | 3) = B_2 (2 | 3)

Calcul avec la formule pour la distance de 2 points :

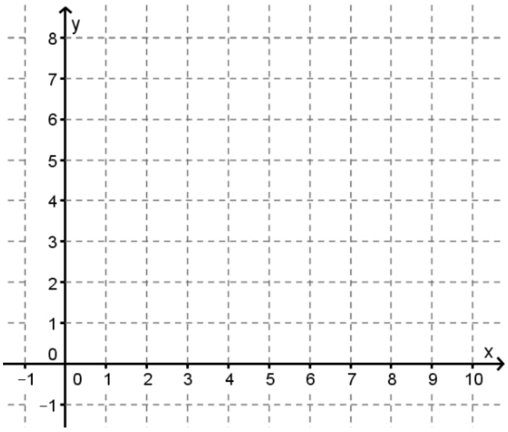
$(\overline{AB})^2$	=	$(x- 6)^2 + (3 - 6)^2$	
25	=	$(x- 6)^2 + 9$	| -9
16	=	$(x- 6)^2$| → quadratique	Équation

L'équation quadratique a 2 solutions dans le cas général :

①	$16 = (+4)^2$	→	$x_1 - 6 = +4$	→ $x_1 = 10$	→ B_1 (10 | 3)
②	$16 = (-4)^2$	→	$x_2 - 6 = -4$	→ $x_2 = 2$	→ B_2 (2 | 3)

2.3 Exercices d'entraînement : Calculs de longueur

1 a.)Tracez dans le système de coordonnées la droite g_1 qui passe par le point P_1 (4 | 6) et l'origine P_0 (0 | 0).

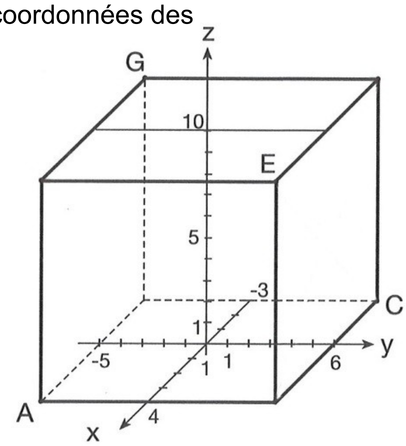


b.) Les points P_2 (0 | 7) et P_3 (6 | 2) sont situés sur la ligne droite g_2. Tracez également les points P_2, P_3 et la droite g_2.

c.) Déterminez le point d'intersection P_S des droites g_1 et g_2.
Indiquez les coordonnées du point d'intersection P_S aussi précisément que possible.

d.) Calculez la distance entre les points P_0 et P_1.
→ Indiquez la distance en "unités de longueur" LE.

2 L'illustration montre un parallélépipède rectangle dans le système de coordonnées cartésiennes. Indiquez les valeurs des coordonnées des points A, C, E et G.



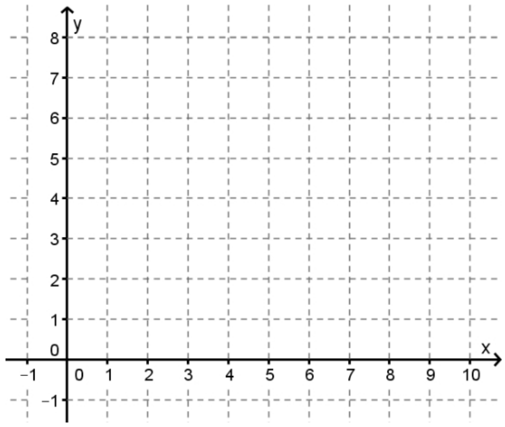
A (| |)

C (| |)

E (| |)

G (| |)

3 Longueur d'une distance entre deux points.



a.) Tracez le segment $\overline{AB}$ (entre les points A et B) dans le système de coordonnées.

A (1 | 6) B (8 | 2)

b.) Calculez la longueur du trajet $\overline{AB}$.

→ Indiquez la longueur du trajet en "unités de longueur" LE.

c.) Donnez une formule pour calculer la longueur du trajet $\overline{P_1 P_2}$ entre les Points P_1 et P_2 :

$P_1 (x_1 | y_1) P_2 (x_2 | y_2)$

4 Les coordonnées de deux points A et B sont données.
Calculez la distance entre ces deux points.
→ Distance en "unités de longueur" LE

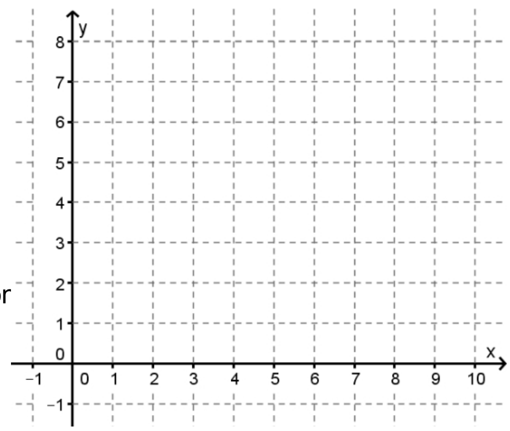
a.) A (20 | 2) B (5 | 10)

b.) A (-0.5 | 3) B (4 | -3)

c.) A (5 | 6 | 1) B (3 | 9 | -5)

d.) A (3 | 10 | 7) B (0 | -2 | 3)

5 Les coordonnées des points d'extrémité d'un trajet sont données :



$P_1 (2 | 5) P_2 (8 | 1)$

a.) Dessinez les points P_1 et P_2, ainsi que le trajet $\overline{P_1 P_2}$ dans le système de coordor un.

Déterminez les coordonnées du point central M du parcours.

b.) Donnez une formule pour calculer le centre de la ligne M lorsque les coordonnées des deux points d'extrémité P_1 et P_2 sont données.

$P_1 (x_1 | y_1) P_2 (x_2 | y_2)$

6 Calculez les coordonnées du point central M de la ligne.

a.) P_1 (15 | 10) P_2 (3 | 4)

b.) P_1 (-7 | 5) P_2 (6 | -1)

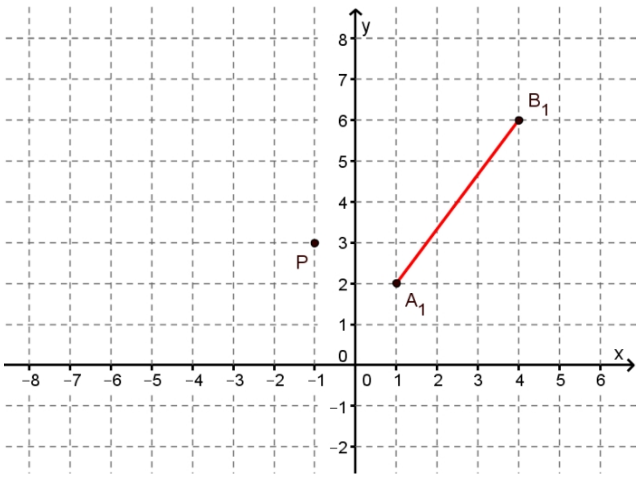
c.) P_1 (7 | 8 | 9) P_2 (5 | -2 | 11)

d.) P_1 (23.5 | -26.2 | 5.4) P_2 (-3.5 | -3.8 | 0.6)

7 Le parcours $\overline{A_1 B_1}$ est reflété au point P (= réflexion ponctuelle).

A_1 (1 | 2) B_1 (4 | 6) P (-1 | 3)

a.) Tracez le segment inversé $\overline{A_2 B_2}$ dans le système de coordonnées. Indiquez les coordonnées des points A_2 et B_2.



b.) Démontrer par le calcul que le point miroir P est le centre des segments $\overline{A1\ A2}$ et $\overline{B1\ B2}$.

8 Le point A_1 (3 | 0 | 1) est réfléchi au point P. Le point A_2 (3 | 6 | 3) est le point miroir de A_1.

a.) Calculez les coordonnées du point P.

b.) Le point B_1 (0 | 0 | 4) est également réfléchi au point P. Calculez les coordonnées du point réfléchi B_2.

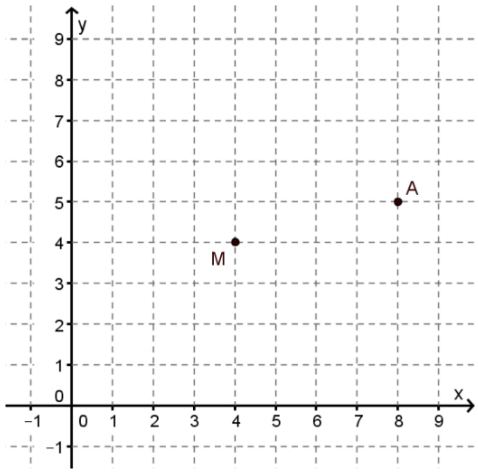
9 Le triangle $A_1B_1C_1$ est inversé au point P.

A_1 (1 | 1)B_1 (5 | 4)C_1 (2 | 6) P (7 | 3)

Calculez les coordonnées des sommets du triangle réfléchi $A_2B_2C_2$.

10 Les coordonnées du coin A et du centre M du carré ABCD sont données.

A (8 | 5) M (4 | 4)



a.) Déterminez les coordonnées des sommets B, C et D.

b.) Calculez l'aire du carré.
→ Indiquez la surface en "unités de surface" FE.

(1FE est l'aire d'un carré de côté s = 1LE).

11 On connaît les coordonnées des sommets du triangle ABC : A (

1 | 3 | 2) B (3 | 2 | 4) C (-1 | 1 | 3)

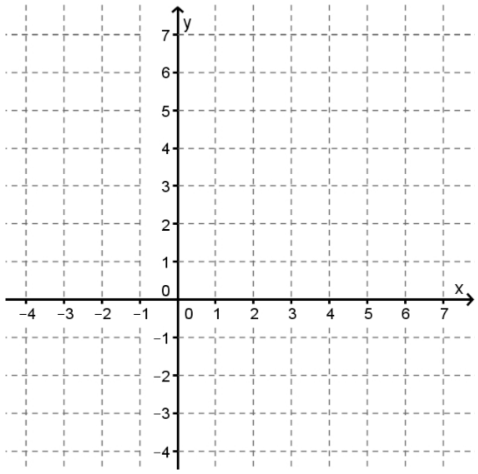
Prouvez par le calcul que le triangle est isocèle. Procédure: Calculez les longueurs des segments $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$.

12 Les points A et B sont donnés, ainsi que la distance $\overline{AB}$ entre les points.
Déterminez la coordonnée x manquante du point B.

a.) A (6 | 6) B (x | 3) $\overline{AB}$ = 5 UL

b.) A (2 | 3 | 5) B (x | 7 | 13) $\overline{AB}$ = 12 LE

13 Les coordonnées des sommets du triangle ABC sont données :



A (-1 | 7)

B (-3 | -4)

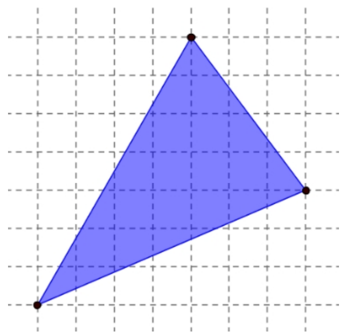
C (7 | 1)

a.) Tracez les sommets ABC et le triangle dans le système de coordonnées.

b.) Calculez les longueurs des côtés $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$.
→ Longueurs des côtés en "unités de longueur" LE

c.) Calculez l'aire du triangle isocèle (!) ABC.
→ Surface en "unités de surface" FE

14 Déterminez l'aire du triangle.
→ Surface en "unités de surface" FE



Procédure :
– Complétez un rectangle par les sommets du triangle.
– Calculez l'aire du rectangle et l'aire des triangles extérieurs - rectangulaires ! - triangles.

15 Les coordonnées des sommets des formes géométriques simples sont données.

– De quelles formes géométriques s'agit-il ?
– Calculez les longueurs des côtés (→ unité de longueur LE).
– Calculez l'aire de la forme géométrique (→ unités d'aire FE).

a.) P_1 (-1 | -1 | 0) P_2 (5 | -1 | 0) P_3 (5 | 8 | 0) P_4 (-1 | 8 | 0)

Comme la composante z de tous les points est nulle, on peut "réduire" les points de la représentation 3D à la représentation 2D :

P_1 (-1 | -1) P_2 (5 | -1) P_3 (5 | 8) P_4 (-1 | 8)

– Forme
– Longueurs des côtés
- Surface

b.) P_1 (-2 | 4 | 6) P_2 (3 | 4 | 6) P_3 (3 | 9 | 6) P_4 (-2 | 9 | 6)

– représentation simplifiée des points :

P_1 (|) P_2 (|) P_3 (|) P_4 (|)

– Forme
– Longueurs des côtés
– Surface

c.) $P_1$0 | 0 | 2) $P_2$8 | 0 | 2) $P_3$11 | 4 | 2) P_4 (3 | 4 | 2)

- représentation simplifiée des points :

P_1 (|) P_2 (|) P_3 (|) P_4 (|)

– Forme
– Longueurs des côtés
– Surface

d.) P_1 (0 | -5 | 4) P_2 (0 | 5 | 4) P_3 (0 | -1 | 12) P_4 (0 | -5 | 12)

– représentation simplifiée des points :

P_1 (|) P_2 (|) P_3 (|) P_4 (|)

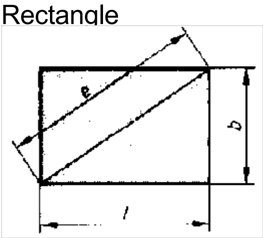
– Forme
– Longueurs des côtés
– Surface

3 Calculs de surface et Calculs de volume

3.1 Surfaces

Calculer des surfaces rectangulaires, triangulaires, trapézoïdales, circulaires, annulaires et des sections de cercle Les formules pertinentes pour le calcul de ces surfaces sont résumées ci-dessous.

Rectangle

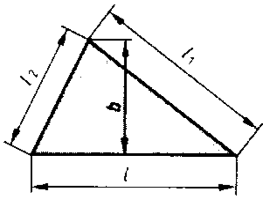


Fläche = Länge × Breite
Umfang = 2 × (Länge + Breite)
Eckenmaß = $\sqrt{\text{Länge}^2 + \text{Breite}^2}$

$$A = l \cdot b$$
$$U = 2 \cdot (l + b)$$
$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

$$l = \frac{A}{b} \qquad b = \frac{A}{l}$$
$$l = \frac{U}{2} - b$$
$$b = \frac{U}{2} - l$$

Triangle



Fläche = $\frac{\text{Länge} \times \text{Breite}}{2}$

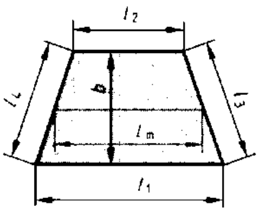
Umfang = Summe aller Seitenlängen

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$
$$U = l + l_1 + l_2$$

$$l = \frac{2 \cdot A}{b}$$
$$b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

Gleichseitiges Dreieck:
$b = 0{,}866 \cdot l$

Trapèze

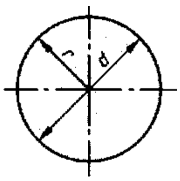


Fläche = mittlere Länge × Breite
Umfang = Summe aller Seitenlängen

$$A = l_m \cdot b \qquad A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$
$$U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$
$$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$
$$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$$

District



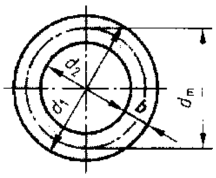
Fläche = $\frac{\pi \cdot \text{Durchmesser}^2}{4}$

Umfang = $\pi \cdot$ Durchmesser

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad A = 0{,}785 \cdot d^2$$
$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \pi \cdot r^2$$
$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$
$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Anneau de cercle

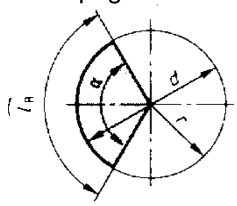


Fläche = Vollfläche − Innenfläche
Fläche = mittl. Umfang × Ringbreite

$$A = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} - \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)$$
$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2}$$
$$d_1 = \sqrt{d_2^2 + \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$
$$d_2 = \sqrt{d_1^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

Découpage du cercle



Fläche = $\frac{\text{Kreisfläche} \times \text{Winkel } \alpha}{360°}$

Fläche = $\frac{\text{Bogenlänge} \times \text{Halbmesser}}{2}$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360°} \qquad A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$d = \sqrt{\frac{1440° \cdot A}{\pi \cdot \alpha}}$$
$$\alpha = \frac{1440° \cdot A}{\pi \cdot d^2}$$
$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360°}$$

3.2 Exercices d'entraînement : Surfaces

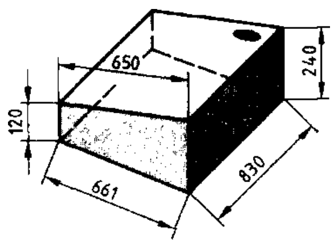
1. Un terrain rectangulaire a une surface de 28,52 a et une largeur de 46 m. Quelle est la longueur du terrain ?

2. Suite à un remembrement de terrain à bâtir, un terrain carré de 15,6 m de côté prend une forme rectangulaire de 12,0 m de large. Quelle est la longueur du terrain ?

3. La vitre triangulaire d'une voiture de tourisme a une longueur de 18 cm et une largeur de 35 cm. Quelle est la surface en dm2 de la vitre ?

4. Un panneau de danger triangulaire mesure 90 cm de long et 78 cm de haut. Quelle quantité de tôle d'acier (sans les chutes) est nécessaire pour 15 panneaux ?

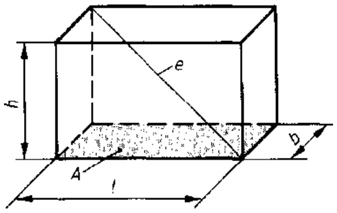
5. Le réservoir de carburant ci-contre mesure 83 cm de long, 65 cm de large et 24 cm de long. ou 12 cm de hauteur. Le supplément pour les coupes est de 15%. Combien de m^2 de tôle d'acier sont nécessaires ?



3.3 Volume

Calculer le volume d'un prisme, d'un cylindre ou d'une sphère Trouvez-vous les formules dans votre livret de formules ?

Prismes



Volumen = Grundfläche × Höhe

Oberfläche = 2 × Grundfläche + Mantelfläche

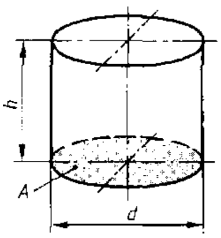
$$V = A \cdot h \qquad V = l \cdot b \cdot h$$

$$A_0 = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot h \cdot (l + b)$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

$$l = \frac{V}{b \cdot h} \qquad b = \frac{V}{l \cdot h} \qquad h = \frac{V}{l \cdot b}$$

Cylindre



Volumen = Grundfläche × Höhe

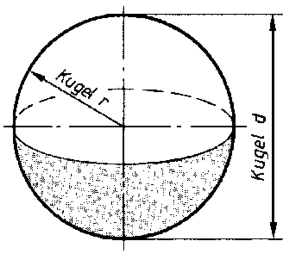
Oberfläche = 2 × Grundfläche + Mantelfläche

$$V = A \cdot h \qquad V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$A_0 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \pi \cdot d \cdot h$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}} \qquad h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2} \qquad h = \frac{V}{A} \qquad A = \frac{V}{h}$$

Volume de la sphère



Volumen = $\frac{\pi}{6}$ × Durchmesser³

Oberfläche = 4 × mittl. Querschnitt

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \qquad V = 0{,}524 \cdot d^3$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$A_0 = \pi \cdot d^2 \qquad A_0 = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

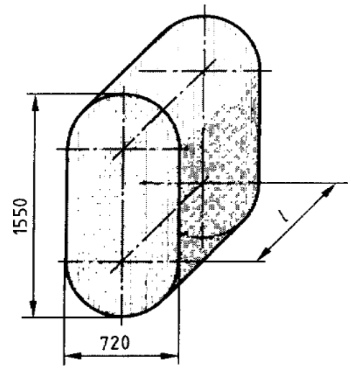
$$d = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}} \qquad d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} \qquad r = \sqrt{\frac{A_0}{4 \cdot \pi}} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$$

3.4 Exercices d'entraînement : Volume

1. L'espace de chargement d'un camion a les dimensions intérieures suivantes : longueur 3800 mm, largeur 2250 mm, hauteur de ridelle 500 mm. Quel est le volume de chargement en m^3 ?

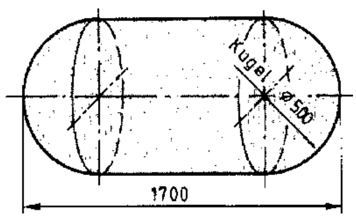
2. Un tonneau d'huile en tôle a un diamètre intérieur de 45 cm et une hauteur de 95 cm. Quel est son volume en l ?

3. Un réservoir de stockage pour l'huile de chauffage selon l'illustration ci-contre doit avoir une capacité de 1256 litres. Pour des raisons de place, il ne doit pas dépasser 720 mm de large et 1550 mm de haut. Quelle est la longueur maximale du récipient ?



4. Un réservoir de stockage de gaz de forme sphérique a un diamètre de 12,41 mètres.
   a. Quel est le volume du récipient en m^3 ?
   b. Quelle est la surface du récipient en m^2 ?

5. Le réservoir de gaz liquide selon l'illustration a les dimensions suivantes : diamètre de la sphère 500 mm, longueur 1700 mm. Quel est son volume en l ?



6. Un seau à huile cylindrique de 275 mm de diamètre contient 10,395 l d'huile. Quelle est la hauteur (en cm) de l'huile dans le seau ?

4 Pythagore et Trigonométrie

4.1 Le théorème de Pythagore

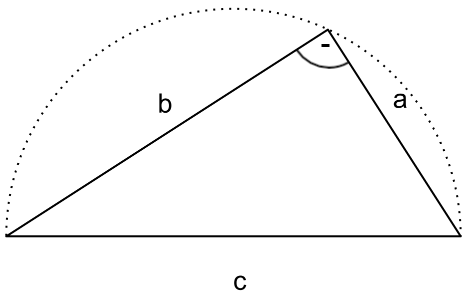
Pythagore de Samos (vers 570 - 510) était un philosophe de la Grèce antique et le fondateur d'un mouvement philosophico-religieux influent. Il est traditionnellement considéré comme le découvreur du théorème sur le triangle rectangle, connu sous le nom de 'théorème de Pythagore'. Ce théorème était toutefois connu des Babyloniens des siècles plus tôt.

Pour les triangles rectangles ($\gamma = 90°$), on a pour les longueurs des côtés

$a^2 + b^2 = c^2$.

a, b Cathètes

c Hypoténuse

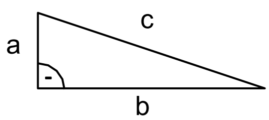


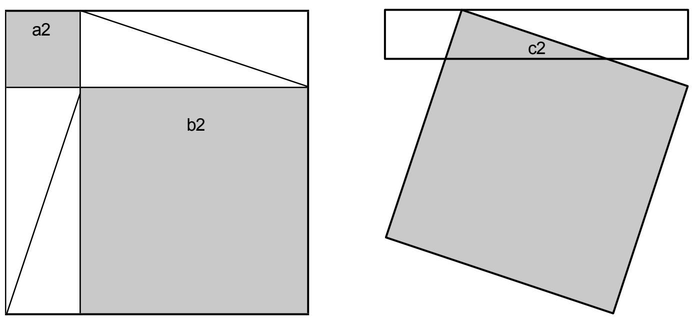
Les deux côtés les plus courts du triangle rectangle s'appellent les cathètes.

L'hypoténuse c est le côté le plus long et se trouve à l'opposé du plus grand angle ($\gamma = 90°$).

4.2 Preuve géométrique

On choisit un triangle rectangle quelconque dont les côtés sont a, b et c.





– Le carré de gauche est composé des surfaces a², b² et de 4 fois la surface du triangle.
– Le carré de droite est composé de la surface c² et de 4 fois la surface du triangle. Comme

les carrés sont de même taille, on a pour les surfaces vertes : $c^2 = a^2 + b^2$.

4.3 La résolution d'une équation quadratique

Le théorème de Pythagore $c^2 = a^2 + b^2$ contient les trois longueurs de côtés sous forme de termes quadratiques. C'est pourquoi, dans tous les cas - indépendamment du fait que l'équation soit résolue en a, b ou c - il faut résoudre une équation quadratique.

Considérons le cas où les longueurs des côtés des cathètes a et b sont connues et où la longueur de l'hypoténuse c doit être calculée.

Donné: $a = 24cm$, $b = 10cm$

Cherché: Hypoténuse c

Pour a, b et c, le domaine de définition est $\mathbb{R}^+$, l'ensemble des nombres réels positifs.

La limitation du domaine de définition aux nombres réels positifs est raisonnable, car les longueurs et les distances des objets géométriques n'ont jamais de valeurs numériques négatives.

On a: $c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = (24cm)^2 + (10cm)^2 = {}^{676cm2}$

L'équation $c^2 = 676cm^2$ a 2 solutions :

Solution 1: $c_1 = +26cm$

Solution 2: $c_2 = -26cm$

Cette équation est résolue en c en calculant la racine carrée du terme à gauche et du terme à droite du signe d'égalité.

$c^2 = 676cm^2 \mid \sqrt{}$

$c_{1,2} = \sqrt{676\ cm^2}$ ±| on place un ± devant le terme de droite

$c_{1,2} = \pm 26cm$

Une équation quadratique a généralement 2 solutions. Comme la solution $c_2 = -26$ cm se trouve en dehors du domaine de définition, elle est omise.

Solution: $c = 26cm$

4.4 Comment trouver le triangle rectangle approprié ?

La résolution de problèmes de Pythagore commence généralement par la recherche d'un triangle rectangle approprié. Comment procéder ?

- **Y a-t-il une symétrie des miroirs ?**

  → **Alors un côté du triangle rectangle est sur l'axe de symétrie.**

  Tracez l'axe de symétrie sur le croquis à l'aide d'une ligne pointillée. Un côté du triangle rectangle - généralement une cathète - se trouve sur l'axe de symétrie.

  Une symétrie spéculaire réduit en principe de moitié la complexité du problème et, par conséquent, l'effort de résolution. Dans un problème de Pythagore, on ne peut profiter de cette simplification que si un côté du triangle rectangle se trouve sur l'axe de symétrie.

- **Y a-t-il un cercle ou un arc de cercle ?**

  → **Le centre d'un cercle ou d'un arc de cercle est un angle du triangle rectangle.**

  Un cercle est défini par la position du centre du cercle et par le rayon. Si le cercle - ou l'arc de cercle - est un élément essentiel du problème, il doit être pris en compte dans la résolution du problème.

  Dans un problème de Pythagore, le centre du cercle est pris en compte en l'utilisant comme sommet du triangle rectangle.

- **Avec les longueurs données, deux longueurs de côtés du triangle rectangle doivent être connues.**

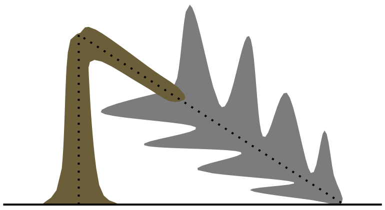
  Lorsque deux longueurs de côtés du triangle rectangle sont connues, la troisième longueur de côté est calculée à l'aide du théorème de Pythagore.

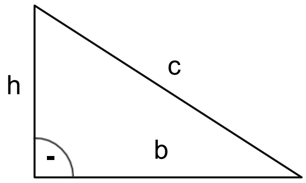
4.5 Digression : résolution de problèmes Pythagoras- exigeants

Dans les problèmes de Pythagore, il faut résoudre une équation quadratique, car toutes les grandeurs (a, b et c) sont "quadratiques" : a^2, b^2 et c^2. La plupart du temps, la solution des problèmes de Pythagore est mathématiquement simple.

Voici un problème de Pythagore dont la solution n'est mathématiquement "pas si simple" :

> Un sapin de 28,9 m de haut s'est plié à la hauteur h lors d'une tempête. La pointe de l'arbre se trouve maintenant au sol à 15,3 m du tronc. À quelle hauteur le sapin s'est-il plié ?





Donné : $h + c = 28{,}9$ m $b = 15.3$m
Recherché : h

Solution : $c^2 - h^2 = b^2$ |décomposition binomiale

$(c + h) - (c - h) = b^2$ | $(c + h)$

$$c - h = \frac{b^2}{c + h} = \frac{(15.3\ \text{m})^2}{28.9\ \text{m}} = 8.1\text{m}$$

→ Système d'équations avec 2 équations et 2 grandeursinconnues: c

+ h 28.9m
c - h= 8.1m

→ Résolution du système d'équations, par exemple par la méthode

d'addition : 2c= 37.0m

Résultat: $c = \frac{37.0\ \text{m}}{2} = 18.5$m

$h = 28{,}9\text{m} - 18{,}5\text{m} = 10{,}4$ m

contrôle : $(10.4\text{m})^2 + (15.3\text{m})^2 = (18.5\text{m})^2$

4.6 Exercices de mathématiques : Pythagore

1 Calculez la longueur manquante de chaque côté des triangles rectangles.

	Cathéter 1	Cathéter 2	Hypoténuse
Triangle 1	55.2cm	16.1cm	
Triangle 2		1581 mm	1875 mm
Triangle 3	764.43m		781.25m
Triangle 4		1648.33 m	3906.25 m
Triangle 5	154.0cm	409.5cm	

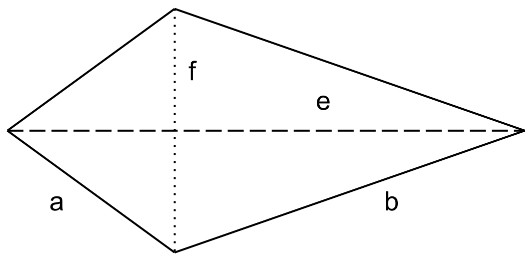
2 L'hypoténuse d'un triangle rectangle mesure 9,1 cm. Une des cathètes a une longueur de 3,5 cm. Calculez la longueur de l'autre cathète.

3 Un bâtiment a une hauteur de 6 m du sol au bord du toit. Vous disposez d'une échelle de 6,5 m de long. Quelle est l'inclinaison maximale que vous pouvez donner à l'échelle ? Calculez la distance maximale entre le mur du bâtiment et le sol.

Faites un croquis !

4 3 dimensions d'un carré de cerf-volant sont données :

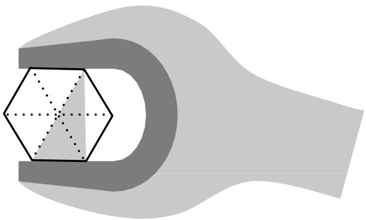
côtéa = 1,5cm
Diagonale
e = 5.2cm Diagonalef
= 1.8cm



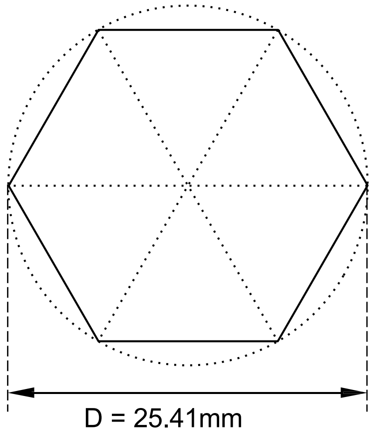
a.) Calculez le côté b.

b.) Calculez le périmètre U du quadrilatère.

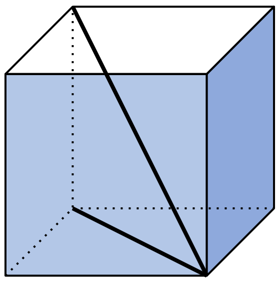
5 Une vis à 6 pans a un diamètre maximal de D = 25,41 mm.



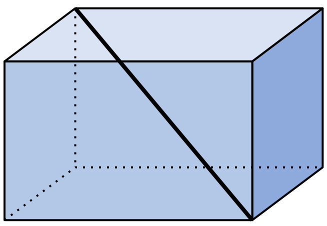
Calculez la dimension de la clé (= largeur intérieure de la clé).



6 Calculez les longueurs des diagonales des côtés et de l'espace d'un cube dont le côté mesure 5,8 cm.

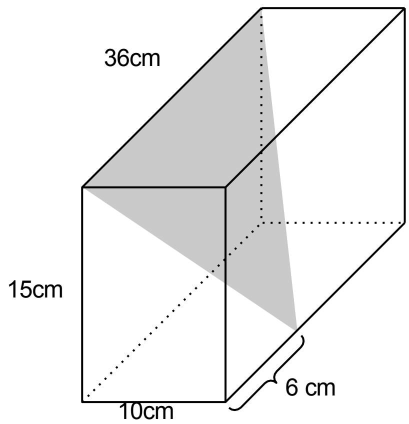


7 Calculez la longueur des diagonales de l'espace d'un parallélépipède rectangle de 16 cm × 11 cm × 8 cm.



8 On considère un parallélépipède rectangle de 36 cm × 15 cm × 10 cm.

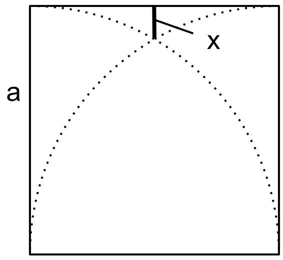
Calculez les longueurs des côtés du triangle placé en biais dans le parallélépipède.



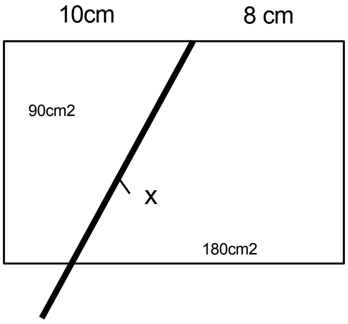
9 Le périmètre d'un triangle rectangle est U = 45.0cm. Le rapport entre les deux cathètes est de 12 : 5. calculez l'aire du triangle

10 Calculez la longueur x si la longueur du côté du carré est a = 16.0cm.

- Arrondissez le résultat au millimètre entier.



11 Calculez la longueur x.



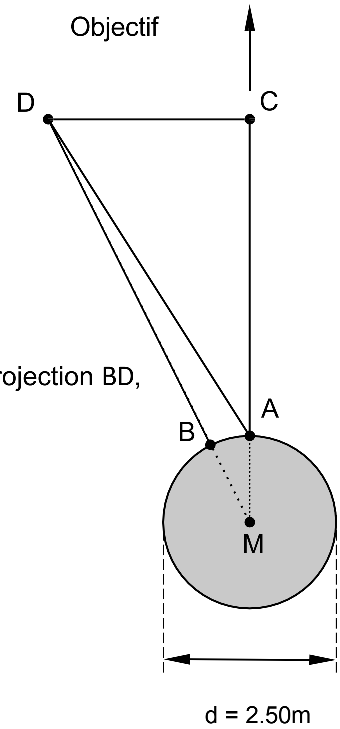
12 Un lanceur de disque prend son élan à l'intérieur du cercle et lance le disque à partir de l'endroit A. Le lanceur de disque est alors en contact avec le sol. Le disque vole sur 42,15 m et atterrit au point D. C'est à 22,65 m de la cible idéale.

$\overline{AD}$ = 42,15m, $\overline{CD}$ = 22,65m.

Dans ce cas, la longueur du lancer mesurée n'est pas la distance $\overline{AD}$, mais la distance à partir du centre du cercle. mesurée à partir de la distance $\overline{BD}$. Calculez la distance de projection $\overline{BD}$, qui sera crédité au lanceur de disque.

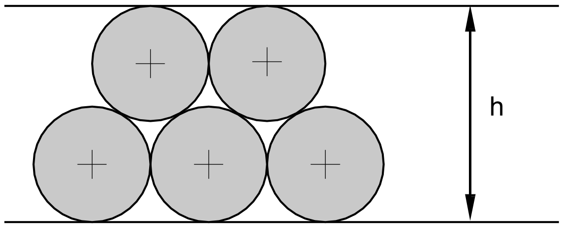
Procédure :

– Calculez $\overline{AC}$, $\overline{MC}$, $\overline{MD}$ et enfin $\overline{BD}$.
– Arrondissez tous les parcours au centimètre près.

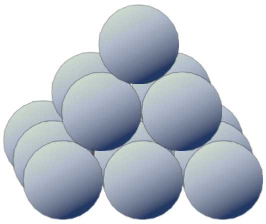


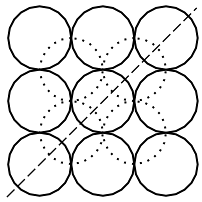
13 Les tubes cylindriques sont empilés comme le montre le croquis. Le diamètre d'un seul tube est de 0,38 m. Calculez la hauteur h.

Les croix dessinées sont les centres des tubes.



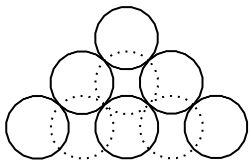
14 14 boules d'un diamètre de d = 4.00cm sont empilées pour former une pyramide à trois étages. Calculez la hauteur de la pyramide.





Vue de dessus :

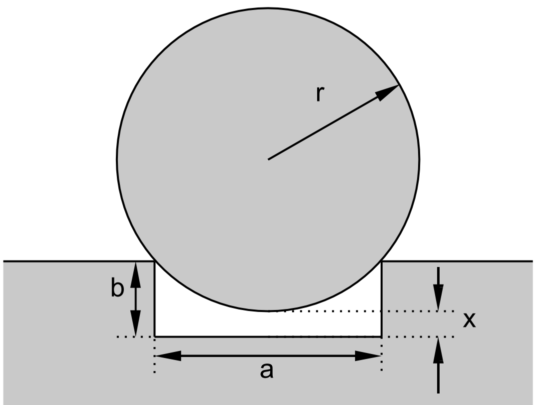
couche inférieure avec 9 boules, deuxième couche avec 4 boules (en pointillés).



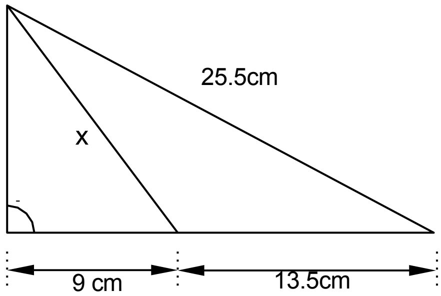
Vue latérale en diagonale :

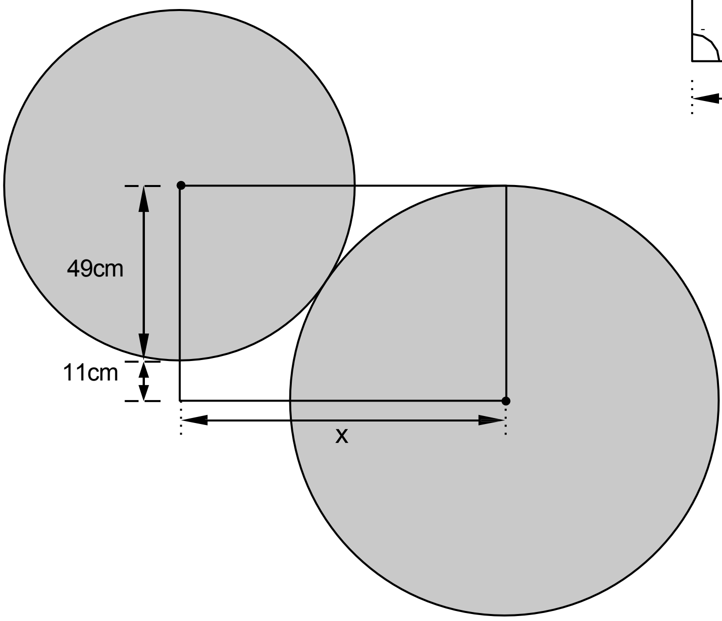
Coupe de 3 billes dans la couche la plus basse, coupe de 2 billes dans la deuxième couche et coupe de la bille tout en haut.

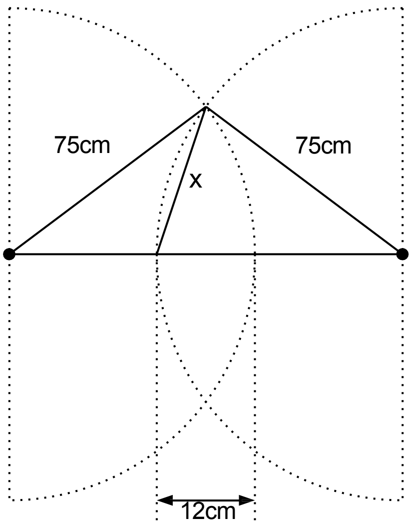
15 Une bille (rayon r = 73 mm) roule sur une rainure (largeur a = 110mm, profondeur b = 30 mm). Calculez la longueur x.

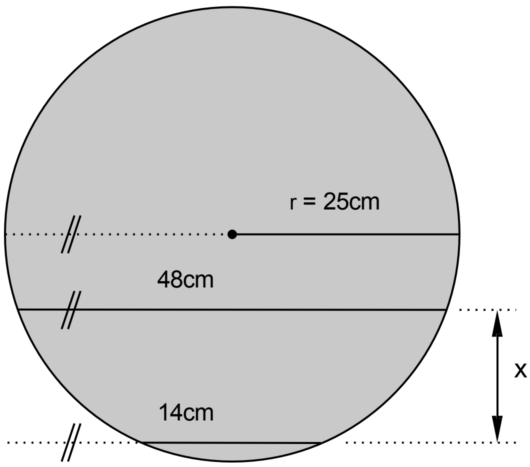


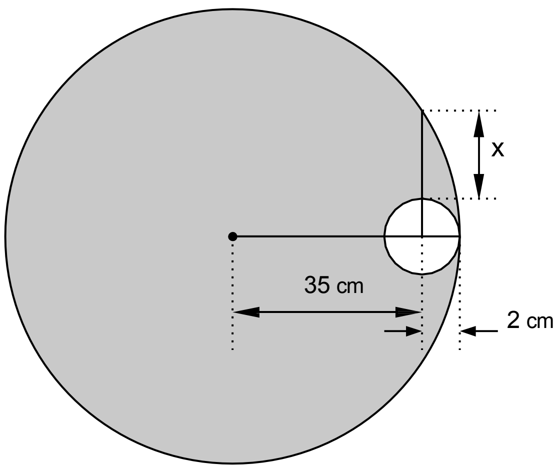
16 Calculez la longueur x.





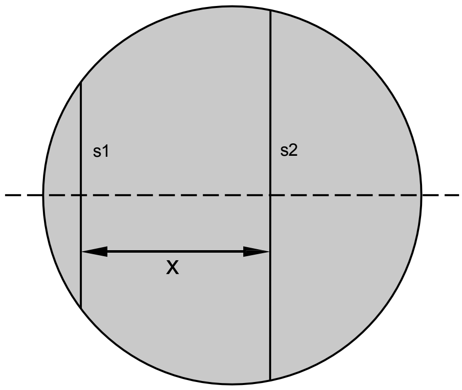




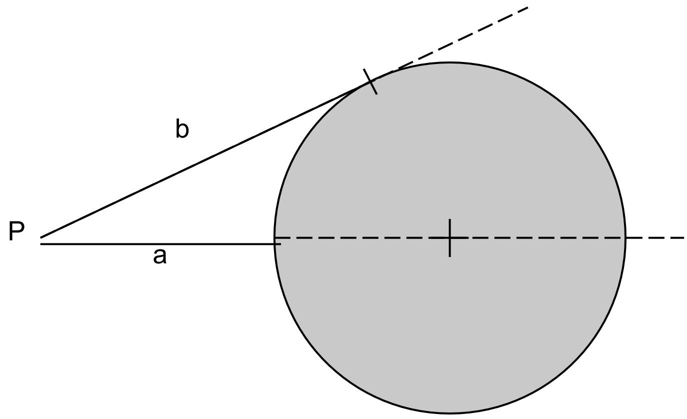


17 On donne un cercle de rayon r = 32.5cm et les 2 cordes s_1 = 18.2cm et s_2 = 63.0cm.

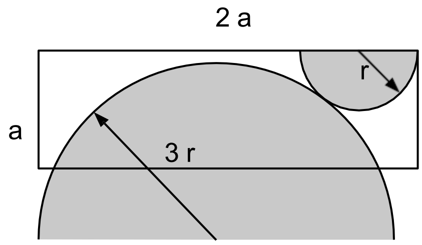
Calculez la distance x entre les cordes.



18 A partir du point P, la distance la plus courte au cercle est a = 12,1cm et la distance au point de contact de la tangente est b = 16,5cm. Calculez le rayon du cercle.



19 Calculez r si a = 4,8cm.



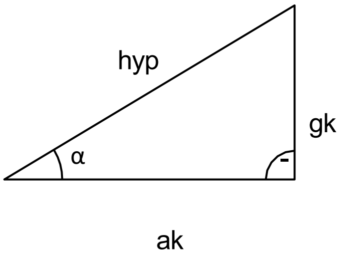
20 Un triangle rectangle a un périmètre de 26,0 m et l'une de ses deux cathètes mesure 6,0 m de long. Calculez la longueur de l'hypoténuse et la longueur de l'autre cathete.

4.7 Trigonométrie

La trigonométrie ("mesure des triangles") est une branche importante des mathématiques qui traite du calcul de côtés et d'angles inconnus dans un triangle à l'aide des fonctions trigonométriques (sinus, cosinus, tangente).

4.7.1 Désignations sur le triangle rectangle

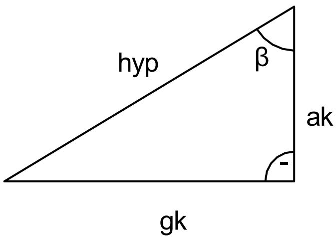
① tracer l'angle droit - arc angulaire avec point



② ne dessiner et étiqueter que 1 autre angle
– Arc angulaire et lettre grecque

③ écrire les 3 pages en minuscules

– Hypoténuse	hyp
– Ancathete	ak
– Contre-cathéter	gk



L'**hypoténuse** est le côté le plus long du triangle rectangle et se trouve à l'opposé du plus grand angle (= 90°).

Pour distinguer les cathéters, on utilise les termes **d'anathème** et de **contre-cathéter**.

Ancathéter akam Angle **cathéter** adjacent
(l'arc angulaire touche cette cathète)

Contre-cathète **gkCathète** opposée à l'angle

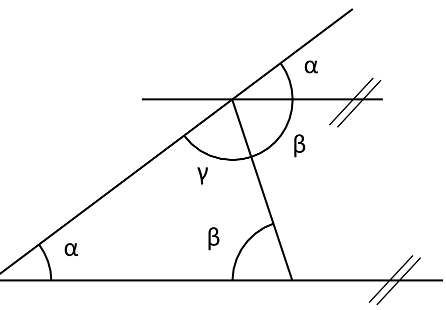
4.7.2 Somme des angles intérieurs d'un triangle quelconque

La somme des 3 angles intérieurs est de 180° pour n'importe quel triangle.

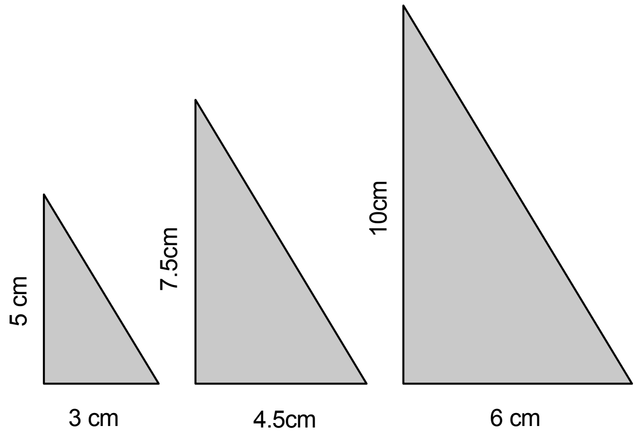
α : Angle de marche
β : Angle alterné

L'angle progressif et l'angle alterné sont égaux. α apparaît comme angle de gradin et β comme angle alterné.

on a :$\alpha + \beta + \gamma = 180°$.



4.7.3 Triangles similaires



- **Les triangles similaires ont les mêmes angles.**

  Les trois angles intérieurs des triangles illustrés ci-dessus sont : 31°, 59°, 90°.

- **Les triangles similaires ont les mêmes rapports de côtés.**

  Les rapports des côtés 'petite cathete' : 'grande cathete' des triangles représentés ont tous la valeur 0.6 .

$$\frac{3\text{cm}}{5\text{cm}} = \frac{4.5\text{cm}}{7.5\text{cm}} = \frac{6\ \text{cm}}{10\ \text{cm}} = 0.6$$

Les rapports entre les côtés du triangle rectangle sont essentiels pour les calculs mathématiques et ont leurs propres noms.

$$\frac{\text{Cathédrale opposée}}{\text{Hypoténuse}} \rightarrow \text{s inus}$$

$$\frac{\text{Ancathéte}}{\text{Hypoténuse}} \rightarrow \text{cosinus}$$

$$\frac{\text{Contre-cathéter}}{\text{Ancathéter}} \rightarrow \text{tangente}$$

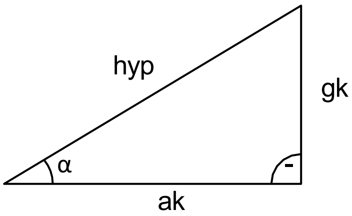
A l'aide des fonctions trigonométriques (sinus, cosinus, tangente), nous établissons le lien entre l'angle et le rapport des côtés du triangle rectangle.

Angle ⟷ Rapport d'aspect

fonction trigonométrique

4.8 Les fonctions trigonométriques

Les fonctions trigonométriques sont définies comme des rapports de côtés dans un triangle rectangle.



akAncathete par rapport à l'angle α
gkcathete opposée par rapport à l'angle α
hyp Hypoténuse

4.8.1 Définitions du sinus, du cosinus et de la tangente

Sinus → $\sin\alpha = \dfrac{\text{Contre-cathéter}}{\text{Hypoténuse}}$ $\sin(\alpha) = \dfrac{gk}{hyp}$

Cosinus → $\cos\alpha = \dfrac{\text{Ancathete}}{\text{Hypoténuse}}$ $\cos(\alpha) = \dfrac{ak}{hyp}$

Tangente → $\tan\alpha = \dfrac{\text{Contre-cathéter}}{\text{Ancathete}}$ $\tan(\alpha) = \dfrac{gk}{ak}$

4.8.2 Fonctions inverses

$$30° \xrightarrow{\sin(30°)} 0.5$$

$$0.5 \xrightarrow{\sin^{-1}(0.5)} 30°$$

Les fonctions inverses du sinus, du cosinus et de la tangente sont $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$. La fonction inverse permet de calculer l'angle correspondant à partir du rapport de côtés.

4.8.3 Remarques

- Avec les définitions du sinus, du cosinus et de la tangente, **toutes les combinaisons possibles de côtés** couverts.
- Le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle sont, selon la définition, **des rapports de longueurs** de différents côtés dans un triangle rectangle.
  Ces rapports d'aspect sont des **valeurs numériques sans unité**.
- Pour les angles de 0° ... 90°, les valeurs numériques du sinus et du cosinus sont comprises entre 0 et 1.

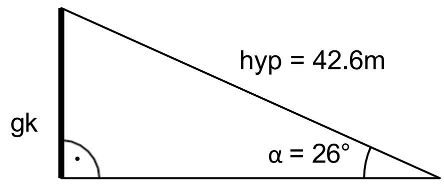
- Pour les angles de 0° ... 90°, les valeurs numériques de la tangente sont comprises entre 0 et (théoriquement) l'infini.

4.8.4 Calcul de la longueur des côtés dans un triangle rectangle

Étant donné :

Hypotenseh
yp = 42.6m Angle α = 26°

Cherché: longueur de la cathète opposée



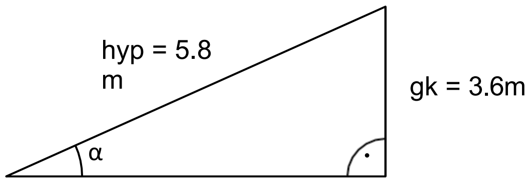
- Dans quelle formule trigonométrique la combinaison cathète opposée - hypoténuse apparaît-elle ? Utilisez cette formule !
- Résolvez la formule en fonction de la grandeur recherchée :
  → ici : contre-cathéter gk
- Insérez les valeurs numériques et calculez le résultat.
- La précision du résultat doit correspondre à la précision de l'hypoténuse (donnée).
- Si on les cherche, les grandeurs manquantes du triangle peuvent être déterminées facilement et rapidement.

  – troisième angle : 90° - α
  – L'anathème a peut être calculé à l'aide du théorème de Pythagore.

4.8.5 Calcul d'angle dans un triangle rectangle

Donné : Contre-cathéter gk = 3.6m
Hypoténuse hyp = 5.8 m

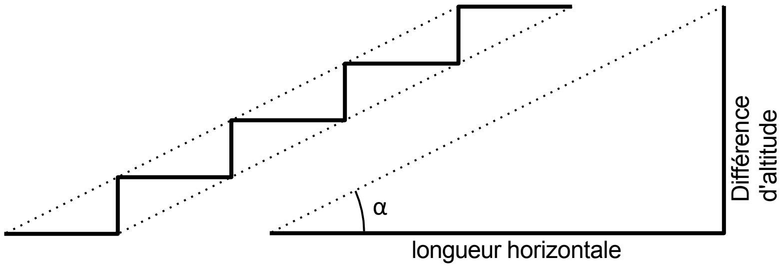
Recherché Angle α



- Dans quelle formule trigonométrique la combinaison cathète opposée - hypoténuse apparaît-elle ? Utilisez cette formule !
- Résolvez la formule en fonction de l'angle en utilisant la fonction inverse correspondante ($\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ ou $\tan^{-1}$).

4.8.6 Pente et Pente

La pente de l'escalier principal d'un bâtiment doit être déterminée en degrés et en pourcentage. On mesure la hauteur et la longueur d'une seule marche d'escalier.



Différence de hauteur	15cm
longueur horizontale	30cm

Pente (= tangente) : $\dfrac{\text{Différence de hauteur}}{\text{Longueur horizontale}} = \dfrac{15\text{cm}}{30\text{ cm}}$ = 0.   5= 50%

Steigungswinkel α : $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{HD}{longueur}\right)$ = tan-¹ (0,5) = 26,6°.

Angle d'inclinaison

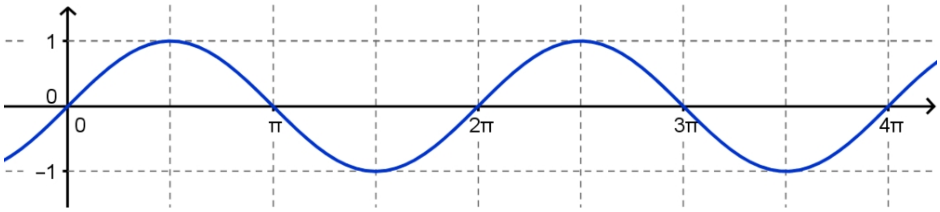
$$\alpha = 26.6° \xrightarrow{\tan(26.6°)} 0.5 \xrightarrow{\tan^{-1}(0.5)} \alpha = 26.6°$$

PentePente en %

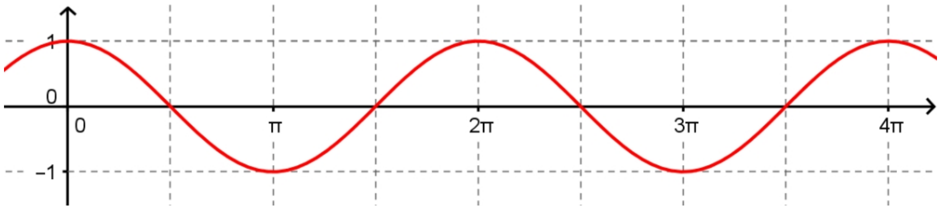
= 50%

4.8.7 Représentation du sinus et du cosinus dans la plage de 0 ... 4 π

Fonction sinus



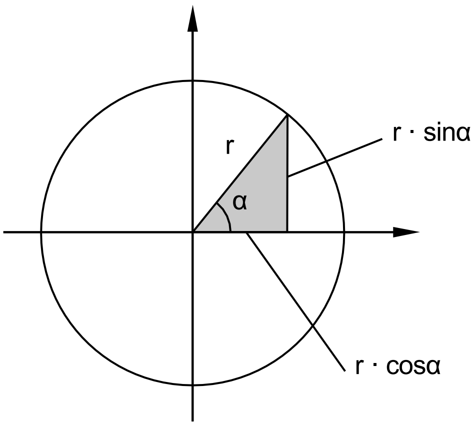
Fonction cosinus

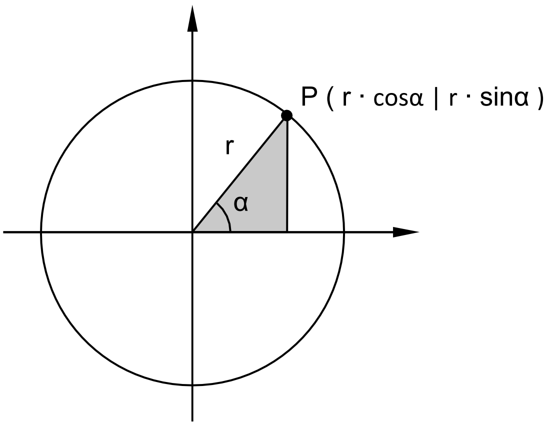


Pour la représentation graphique, on utilise sur l'axe des x des valeurs numériques en radians [3]. On a : 360° ≙ 2π
.

Le sinus et le cosinus sont des fonctions périodiques avec une longueur de période de 2π (≙ 360°). Les valeurs des fonctions
"oscillent" régulièrement entre +1 et -1.

4.8.8 Représentation circulaire en coordonnées cartésiennes





- Cercle de centre M (0 | 0) et de rayon r :

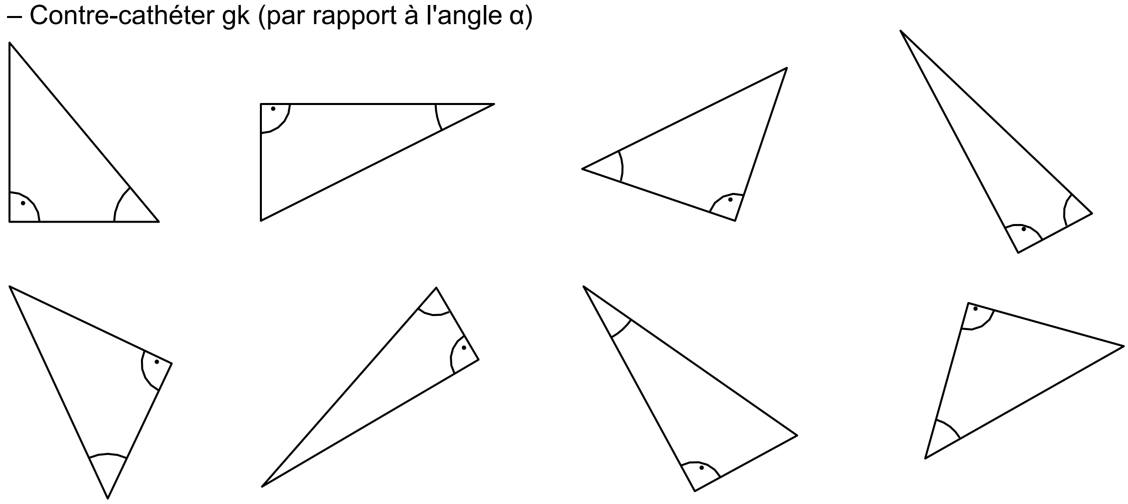
  P (r · cosα | r · sinα) avec 0° ≤ α < 360

[3] 2 π est la circonférence du "cercle unité", c'est-à-dire du cercle de rayon r = 1. Les angles sont donnés comme longueur de l'arc de cercle unité.

4.9 Exercices d'entraînement : Trigonométrie

1 Étiquetez les côtés des triangles rectangles avec α, hyp, ak et gk.

– Angle α
– Hypoténuse hyp
– Ancathéte ak (par rapport à l'angle α)
– Contre-cathéter gk (par rapport à l'angle α)



2 Calculez les valeurs manquantes à l'aide de la calculatrice. Les 4 valeurs d'une ligne vont ensemble.

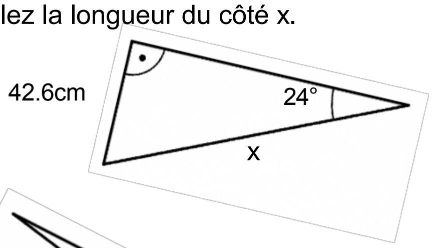
– Pour la calculatrice, le réglage de l'angle doit être **DEG**.
– Utilisez les touches **sin**, **cos**, **tan** ou **sin**$^{-1}$, **cos**$^{-1}$, **tan**$^{-1}$.
– Précision : arrondir l'angle au dixième de degré
Arrondir les valeurs de sinus, cosinus et tangente à 4 chiffres significatifs

	α	sin α	cos α	tan α
1	0.0°			
2	12.0°			
3	28.5°			
4				0.5774
5			0.8048	
6		0.8661		

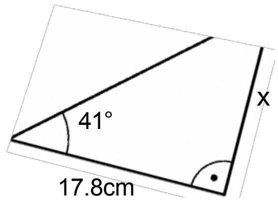
4.9.1 Exercices d'entraînement : Calculs sur un triangle rectangle

3 Calculez la longueur du côté x.

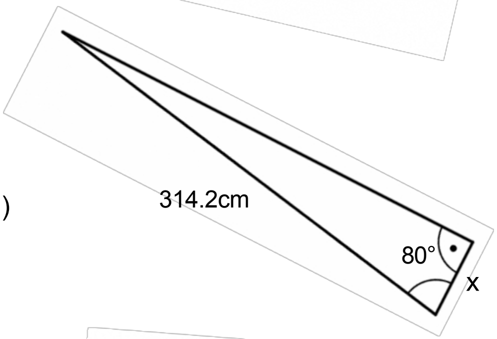
a.)



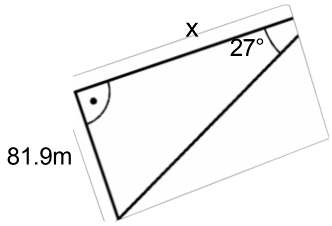
b.)



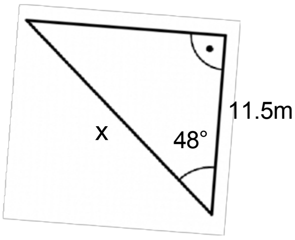
c.)



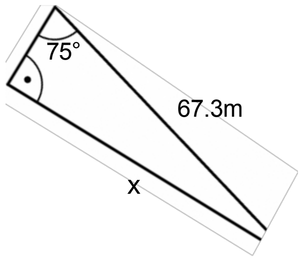
d.)



e.)

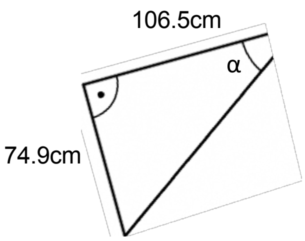


f.)

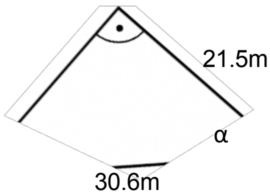


4 Calculez l'angle α.

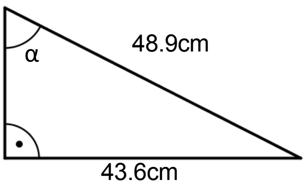
a.)



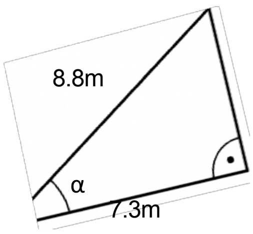
b.)



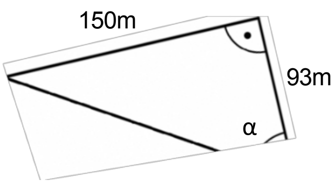
c.)



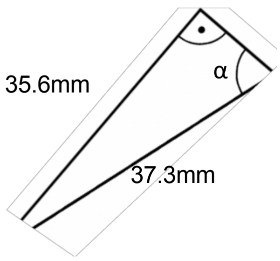
d.)



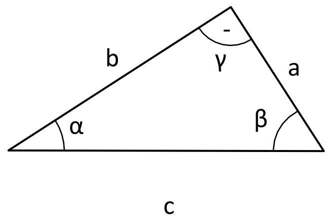
e.)



f.)



5 Pour 6 triangles différents, il existe 2 indications supplémentaires en plus de l'angle γ = 90°. Calculez les grandeurs manquantes.



	Cathéter a	Cathéter b	Hypoténuse c	α	β	γ
Triangle 1		1648.33 m	3906.25 m			
Triangle 2	2.00 m				70.0°	
Triangle 3	72072mm	82271mm				
Triangle 4	47.43cm			57.48°		
Triangle 5		7.25 m			46.0°	
Triangle 6			10.000m	1.0°		

6 On donne un triangle dont les côtés mesurent 55m, 48m et 73m.

a.) S'agit-il d'un triangle rectangle ? (avec justification)
b.) Calculez les trois angles du triangle (α, β et γ).

7 Une échelle de 5,5 m de long est placée contre le mur d'une maison. L'extrémité inférieure de l'échelle est à 0,9 m du mur de la maison. Quel est l'angle d'inclinaison α ?
→ Faites un croquis.

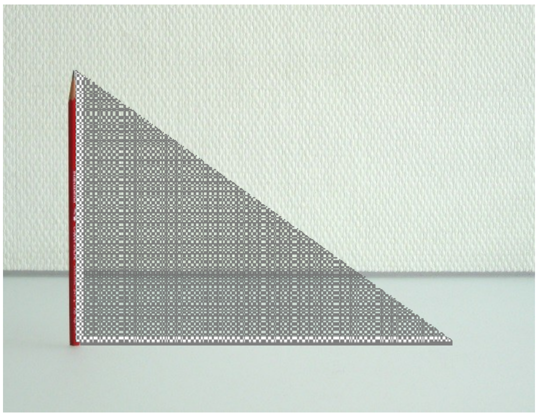
8 Sur un terrain plat, un responsable météo fait s'envoler un ballon de mesure. Un observateur situé à 750 m voit le ballon sous un angle de 24°.

Quelle est l'altitude du ballon s'il est exactement à la verticale du responsable météo ?

9 Dans un triangle rectangle, une des cathètes est deux fois plus longue que l'autre. Calculez tous les angles du triangle : α, β et γ.

10 Il ne faut pas viser directement le soleil à l'œil nu ou avec des appareils optiques. La position momentanée du soleil peut toutefois être déterminée *indirectement* à l'aide de la trigonométrie.

Un bâton est placé verticalement sur un support horizontal. Lorsque le soleil brille, le bâton projette une ombre sur le support. On mesure la longueur du bâton et celle de l'ombre.



a.) Calculez l'angle d'élévation par rapport au soleil à partir de la longueur de la tige a et de la longueur de l'ombre s.

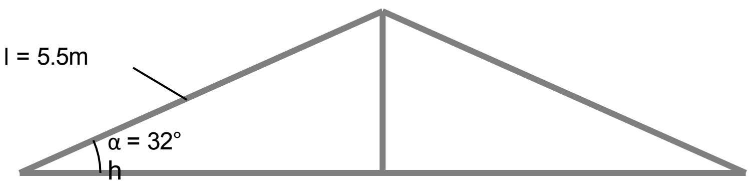
b.) Un arbre de 8,0 m de haut projette sur le sol horizontal une ombre de 6,7 m de long. Calculez l'angle d'élévation par rapport au soleil.

c.) A côté se trouve un deuxième arbre dont l'ombre mesure 9,4 m de long au même moment. Quelle est la hauteur du deuxième arbre ?

11 Le périmètre d'un triangle rectangle est U = 112cm. Les rapports des côtés sont a : b : c = 7 : 24 : 25.

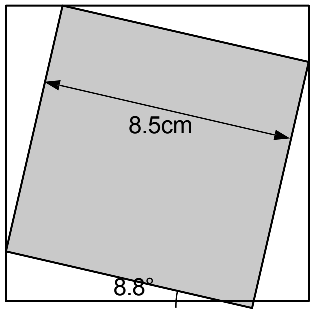
a.) Montrez que le triangle est rectangle.
b.) Calculez les côtés a, b, c et les angles α, β, γ.

12 Le croquis montre la construction du toit d'une maison. Calculez la hauteur du faîte h et la largeur de la maison.

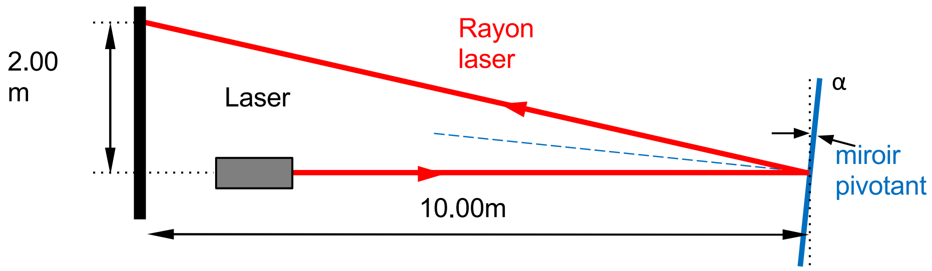


13 Un carré est inscrit dans un autre carré - légèrement plus petit.

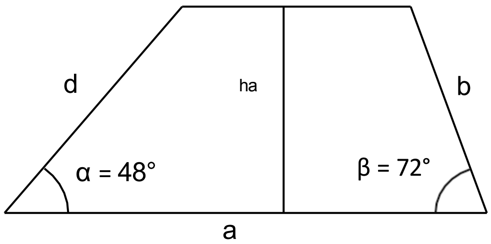
Calculez la longueur du côté du plus grand carré.



14 De quel angle α faut-il tourner le miroir pour que le rayon laser soit dévié de 2.00 m sur l'écran de projection ?



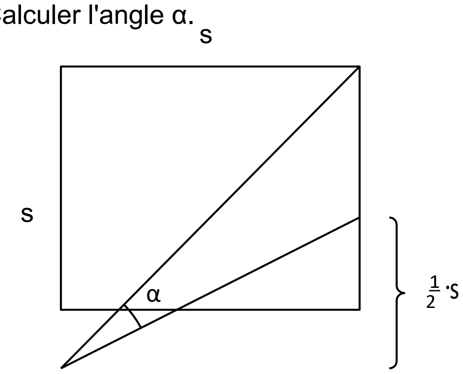
15 On considère un trapèze dont la base c est a = 15.0cm et la hauteur h_a = 8.5cm.



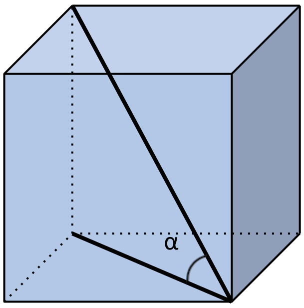
a.) Calculez les 4 longueurs des côtés et le périmètre du trapèze.

b.) Calculez l'aire du trapèze.

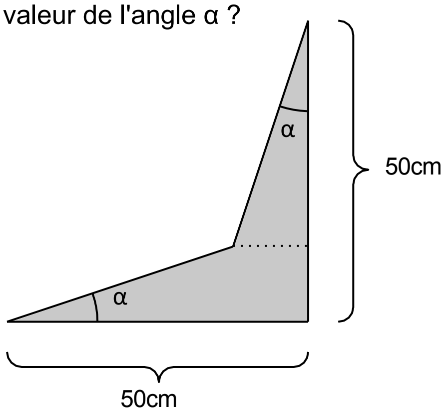
16 On donne un carré de longueur de côté s.
Calculer l'angle α.



17 Dans un cube, quel est l'angle α entre la diagonale de l'espace et la diagonale du côté ?

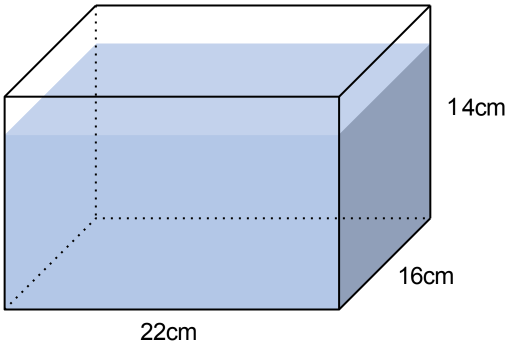


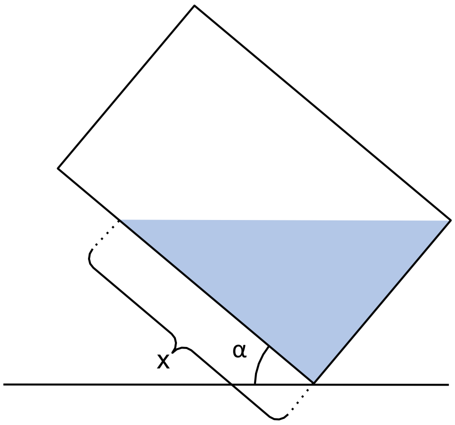
18 La pièce angulaire esquissée a une surface de $850 cm^2$. Les deux longueurs des côtés sont de 50cm. Quelle est la valeur de l'angle α ?



Remarque: Si la partie angulaire est coupée au niveau de la ligne pointillée, les deux parties peuvent être assemblées pour former un rectangle.

19 Un récipient parallélépipédique de 16 cm × 22 cm × 14 cm est rempli d'eau et basculé. Il reste alors dans le récipient de l'eau d'un volume V = $1960 cm^3$.
Quelle est la force de basculement du conteneur ? (α = ?)



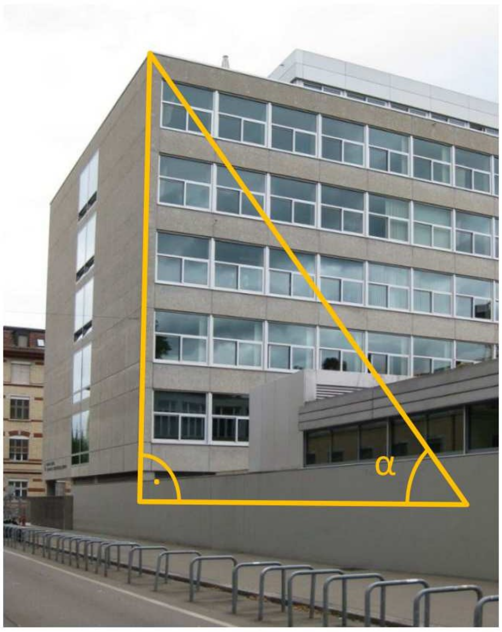


Remarque: Calculez d'abord la longueur x.
Pour le volume à droite, on a : V = ½ · 14cm · 16cm · x

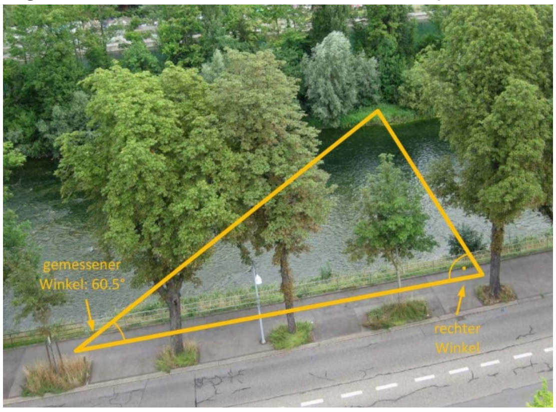
20 Pour déterminer la hauteur du bâtiment, on mesure au sol la longueur l = 15m. Ensuite, à une hauteur des yeux de 1,6 m, on détermine l'angle d'élévation par rapport au coin le plus élevé du bâtiment : α = 55°.

a.) Calculez la hauteur du bâtiment à l'aide de ces données.

b.) Quels sont les points à prendre en compte pour que la hauteur mesurée et calculée soit la plus exacte possible ?



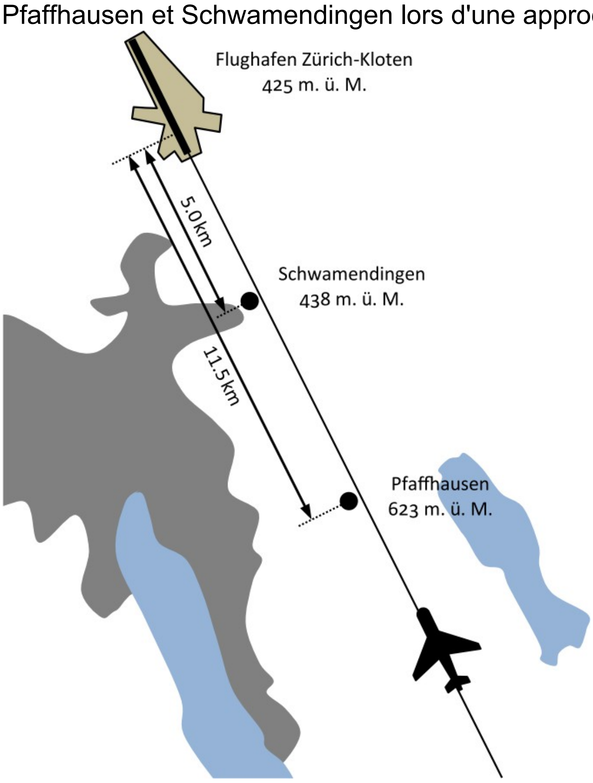
21 La largeur de la Limmat doit être déterminée. Comme il n'y a pas de pont sur la Limmat à cet endroit, la largeur de la rivière est déterminée à partir d'*un* côté de la rivière.



a.) Un parcours de 25 m est mesuré sur le trottoir du Sihlquai.
Outre l'angle de 90°, l'autre angle mesuré est de 60,5°. A partir de ces données, calculez la largeur de la Limmat à cet endroit.

b.) De quoi faut-il tenir compte lors de cette mesure pratique pour obtenir un résultat aussi précis que possible ?

22 La carte illustrée montre l'approche par le sud au-dessus du Pfannenstiel vers l'aéroport de Zurich-Kloten. L'angle de descente avec l'ILS (Instrument Landing System) est de 3,5°. A quelle altitude l'avion survole-t-il Pfaffhausen et Schwamendingen lors d'une approche idéale ?



4.9.2 Exercices d'entraînement : Pente et Déclivité

23 Le panneau de signalisation 'Pente dangereuse!' annonce une forte déclivité de la route. La pente est indiquée en pourcentage et se réfère à la partie la plus raide de la route.

a.) Que signifie "10 % de pente" ?

b.) Indiquez la valeur "10 pour cent de pente" comme angle d'inclinaison en degrés.

24 Le domaine skiable de Mayrhofen dans le Zillertal possède la piste la plus raide d'Autriche : la piste Harakiri avec une pente de 78%. Les panneaux d'avertissement au départ de la piste doivent être pris au sérieux, car avec une telle pente, il est indispensable d'avoir un niveau de ski parfait.

Indiquez l'angle d'inclinaison maximal de cette piste en degrés.

25 Le Polybahn à Zurich (Central - Polytechnikum / ETH) surmonte un dénivelé de 41 m pour une longueur de ligne de 176m.

a.) Calculez l'angle de pente α de la piste en supposant - ce qui n'est pas tout à fait correct - que la pente de la piste est la même sur tout le parcours.

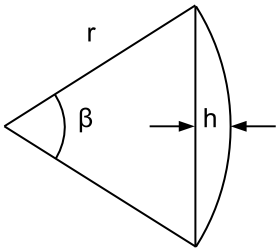
b.) Quel est le pourcentage de la pente ?

26 En 1889, la ligne de chemin de fer du Pilatus, longue de 4618 m, a été inaugurée entre Alpnachstad et Pilatus Kulm. Avec une pente maximale de 48%, il s'agit à ce jour du chemin de fer à crémaillère le plus raide du monde.

Calculez la pente maximale en degrés.

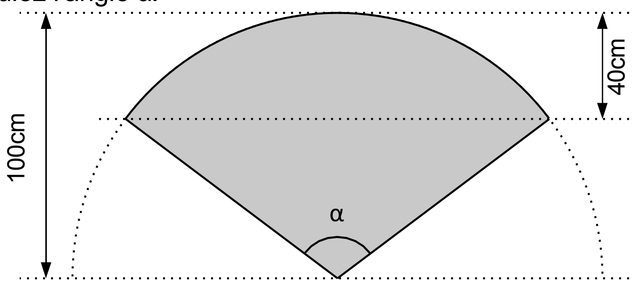
4.9.3 Exercices d'entraînement : Calculs sur le triangle isocèle

27 On donne un secteur circulaire avec une corde supplémentaire. Calculez h.



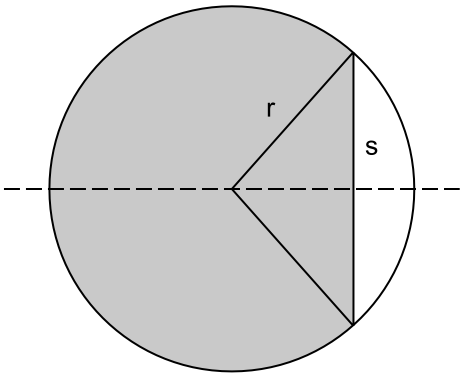
$\beta = 75°$
$r = 120mm$

28 Calculez l'angle α.



29 On donne un cercle de rayon r = 37,3cm et une corde s = 55,0cm.

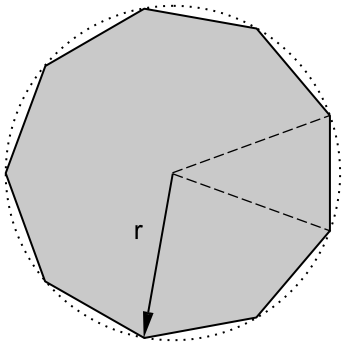
Calculez la surface verte.



30 On donne un 9-angle régulier avec un rayon de circonférence de r = 14.0cm.

a.) Calculez le périmètre du 9e rectangle régulier.

Remarque :
Déterminez d'abord l'angle et la longueur du côté du triangle dessiné.



b.) Calculez l'aire A de l'octogone.

c.) Déduisez une formule pour calculer le périmètre d'un n-angle régulier avec un rayon de périmètre r.

donné: n et ravec n > 2

est recherché : $U_{n\ coin}$

d.) Si n est un grand nombre - par exemple n > 100 - alors le polygone se rapproche d'un cercle. Formulez une approximation du nombre circulaire π.

On a :$\pi \approx U_{n\text{-angle}} / (2 - r)$ ($U_{cercle} = 2 \pi r$)

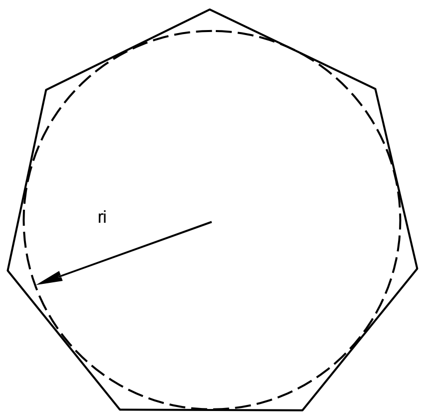
→ Pour $U_{n\text{-angle}}$, remplacez le résultat de c).

e.) Calculez des approximations pour π.

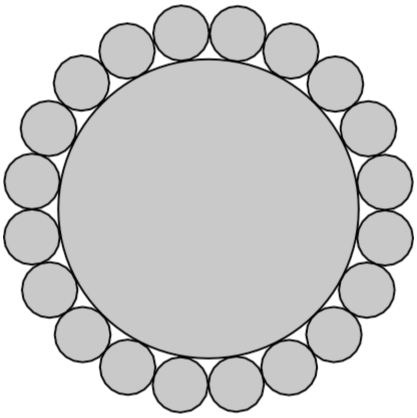
$_{n1}$ = $_{100n2}$ = $_{1000n3}$ = 10000

31 Le périmètre d'un septuagone régulier est de 35.0cm.

Calculez le rayon r_i du cercle inscrit.

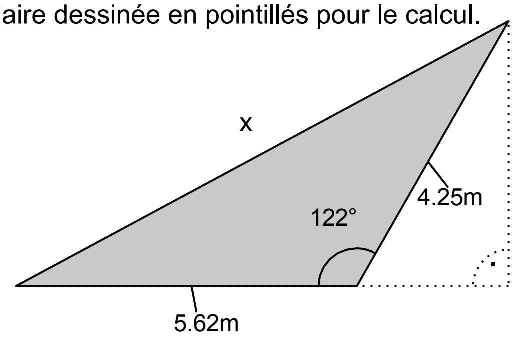


32 Autour de l'axe central est disposé un roulement à billes avec 20 petites billes, toutes de diamètre d = 0,26cm. Calculez le diamètre D de l'axe central.

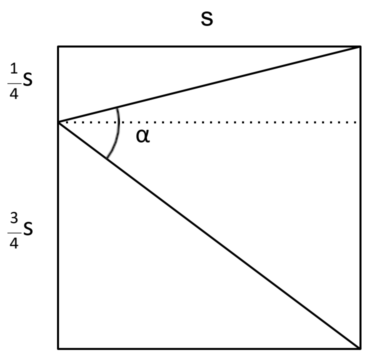


4.9.4 Exercices d'entraînement : Calculs sur le triangle général

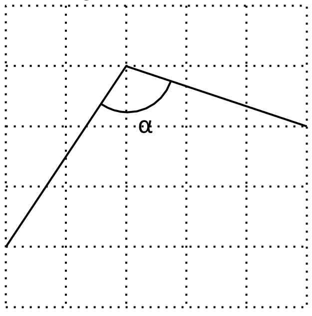
33 Un triangle général est donné. Calculez le côté le plus long x du triangle en utilisant la construction auxiliaire dessinée en pointillés pour le calcul.



34 On donne un carré de côté s. Calculer l'angle α.

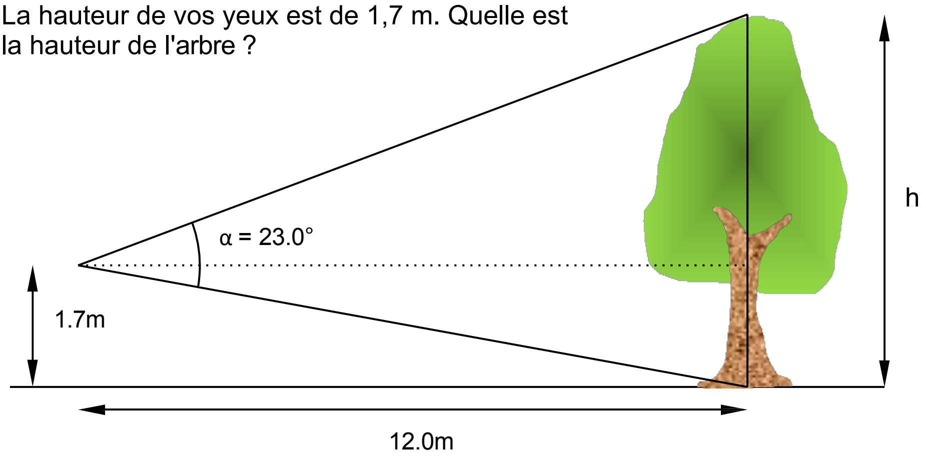


35 Calculez l'angle α.



Remarque:Divisez l'angle α de manière à pouvoir former deux triangles rectangles à l'aide de la grille.

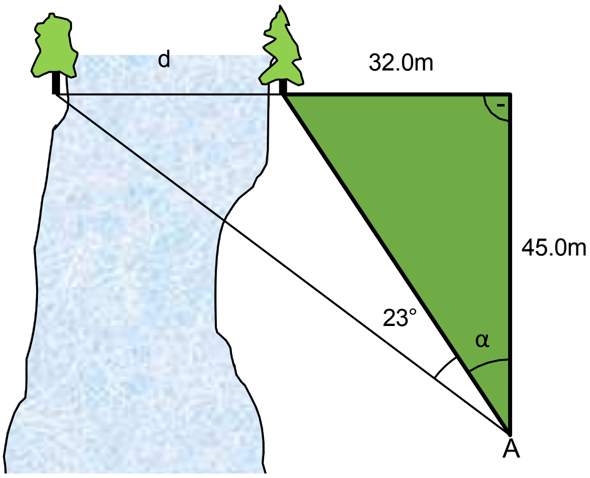
36 Vous observez un arbre à 12,0 m de distance et le voyez sous un angle d'ouverture de α = 23,0°. La hauteur de vos yeux est de 1,7 m. Quelle est la hauteur de l'arbre ?



37 Quelqu'un souhaite déterminer la largeur d de la rivière (entre les deux arbres) à l'aide de la trigonométrie, sans avoir à traverser la rivière.

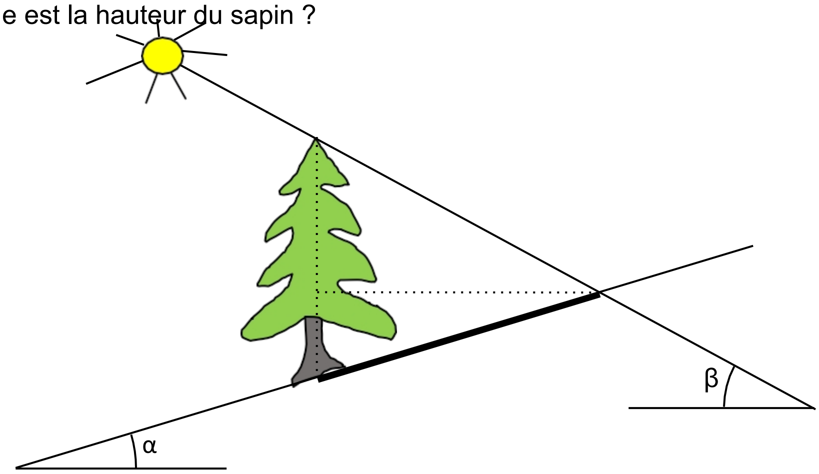
Pour ce faire, un "triangle d'arpentage" à angle droit est délimité sur un côté de la rivière. A partir du point A, l'angle entre les deux arbres est déterminé aussi précisément que possible.

Calculez la largeur de flux d ?



38 Un forestier souhaite déterminer la hauteur d'un sapin. Le sapin se trouve sur une pente dont l'inclinaison est de $\alpha = 16°$. La position du soleil est actuellement $\beta = 38°$.

Le garde forestier mesure au sol la longueur de l'ombre de l'arbre. L'ombre a une longueur de 12,8 m. Quelle est la hauteur du sapin ?

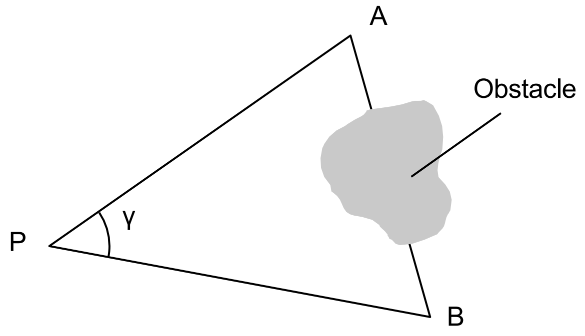


Remarque : Pour le calcul, utilisez les deux triangles rectangles du croquis.

39 La distance entre les points A et B doit être déterminée. Mais comme il y a un obstacle entre les deux, la distance ne peut pas être mesurée directement.

Ils mesurent donc, à partir du point P, les longueurs des segments $\overline{PA}$ et $\overline{PB}$ et l'angle γ.
$\overline{PA}$ = 56,8 m, $\overline{PB}$ = 72,3m et γ= 35°.

→ Utilisez la hauteur h_a pour le calcul.



a.) Quelle est la distance entre les points A et B ?

b.) Quelle est la taille des deux autres angles du triangle ?

40 Une montgolfière se déplace à une altitude de 935 m au-dessus du sol. Son trajet est observé par 2 stations au sol A et B.
Les stations terrestres mesurent les angles d'élévation α = 23,25° et β = 18,46°.

Quelle est la distance entre les stations d'observation A et B au sol ?
($\overline{AB}$ = ?)