Mathématiques

INFORMATIQUE DU BÂTIMENT

Objectifs d'apprentissage:

- transformer et résoudre des équations linéaires et du second degré (quadratiques)
- résoudre et appliquer des équations logarithmiques
- appliquer la règle de trois

1 Table des matières

1. Équations

Résoudre des équations (à une inconnue).

Qu'est-ce qu'une équation?

Les lois et les relations mathématiques et physiques peuvent être représentées de manière brève et simple par des équations = formules. Cela permet de simplifier grandement les calculs en physique, car la loi:

$$Vitesse = \frac{distance}{temps}$$

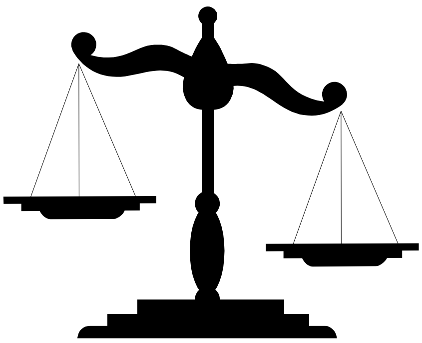
par exemple, ne doit pas être écrite en toutes lettres, mais avec la formule:

$$v = \frac{d}{t}$$

Plus la formule est grande, plus elle peut être écrite et transformée de manière claire, à l'aide des caractères de la formule.

On peut comparer les équations à une balance. Elles ont un côté gauche et un côté droit qu'il est possible de comparer l'un avec l'autre. Si les deux côtés sont égaux, la balance est en équilibre. Si les valeurs de part et d'autre sont égales, elles peuvent être reliées par un signe égal.

La balance reste en équilibre si l'on ajoute ou si l'on retire des poids identiques dans les deux plateaux. Elle reste également en équilibre, lorsqu'on intervertit les contenus des deux plateaux.



La balance doit rester en équilibre à chaque opération (modification)

Il s'agit là du secret fondamental des équations. L'équation est toujours respectée si l'on effectue les mêmes calculs de part et d'autre, avec les mêmes nombres et les mêmes unités.

Équations à une inconnue

Une équation permet toujours de déterminer une seule inconnue. Pour cela, il faut que tous les autres membres de l'équation soient connus. Pour résoudre l'équation, elle est transformée juqu'à ce que l'inconnue (ou les inconnues) se retrouve seule d'un côté.

1.1 Équations avec les quatre opérations fondamentales

Résolvez ces équations sur papier libre selon x ou y.
Ne lésinez pas sur le papier, la démarche de résolution doit être compréhensible.

1)	$x + 13 = 28$	**11)**	$y - 18 = -5$
2)	$x - 3 = 4$	**12)**	$5x = 20$
3)	$x - 9 = 13$	**13)**	$7{,}25x = 29$
4)	$x - 0{,}5 = 2{,}5$	**14)**	$0{,}8x = 1{,}6$
5)	$x + 21 = 39$	**15)**	$x - 6 = 2x$
6)	$x + 44 = 79$	**16)**	$\frac{x}{3} = 5$
7)	$x + 7{,}5 = 12{,}5$	**17)**	$4x + 3 = 11$
8)	$x + 1{,}25 = 3{,}75$	**18)**	$1{,}5x = 12$
9)	$x - 3 - 7 = 25$	**19)**	$\frac{4}{5} = 8x$
10)	$7 + x + 5 = 19$	**20)**	$\frac{x}{4} = 5$

Équations avec les quatre opérations fondamentales (suite des exercices)

Résolvez ces équations sur papier libre selon x ou y.
Si des équations comportent des parenthèses, il faut d'abord „retirer" les parenthèses.

21) $3x + 2x - x = 12$	**31)** $7x - [8x - (5x - 30)] = 12$
22) $5b + 2x = 3a$	**32)** $9(3x - 11) = 6(3x - 10)$
23) $3x + (6 - x) = 10$	**33)** $5 - 5x - (10 - 6x) = 5$
24) $2x - (a + b) = x + (a - b)$	**34)** $11 = (24 - x) - (19 - 2x)$
25) $26x + 24 - 17x - 69 = 0$	**35)** $45 - 9x = 33 + 15x - (15 - 3x)$
26) $5 - [7x - (5x - 30)] = -125$	**36)** $12(x - 1) = 64 - 14(x - 2)$
27) $3(x + 9) = (6 - x) \ast 2$	**37)** $5(8x + 1) + 13x = 6(9x - 4)$
28) $3x + 30 - (x + 28) = 3x - (2x + 4)$	**38)** $3x - [5x - (105 - 30x) - 35] = 12$
29) $3x + 12 - (12x + 18) = -2x + 36$	**39)** $-x + 2(x + 9) = 7x - 4(x + 0{,}5)$
30) $9x - [4x - (4 + x)] = 4x + 8$	**40)** $47 - (8x - 17) = 38x - [5 - 7x - (25 - 4x)]$

1.2 Équations avec des fractions

Pour les équations avec des fractions, il faut souvent commencer par réduire au même dénominateur du côté gauche ou du côté droit, puis multiplier par le dénominateur et résoudre la fraction.

1)	$\frac{x}{4}=5$	**11)**	$\frac{9}{x}-\frac{1}{2}=\frac{10}{x}+\frac{4}{9}$
2)	$2x=\frac{1}{2}$	**12)**	$\frac{16}{1-x}=4$
3)	$\frac{x}{7}=8$	**13)**	$\frac{2x}{4}-36=\frac{2x}{5}-34$
4)	$5x=\frac{5}{7}$	**14)**	$\frac{15}{x}-3\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$
5)	$\frac{5}{x}=\frac{3}{4}$	**15)**	$\frac{1}{2}x=2\frac{2}{3}-\frac{1}{3}x$
6)	$\frac{13}{x}=5\frac{1}{5}$	**16)**	$\frac{3}{4}x=5-\frac{1}{2}x$
7)	$\frac{x}{\frac{1}{2}}=4\frac{2}{3}$	**17)**	$\frac{4}{2x}=\frac{1}{x-1}$
8)	$\frac{6}{x}+5=41$	**18)**	$\frac{3x}{25-x}=2$
9)	$x-3\frac{1}{4}=2\frac{1}{4}$	**19)**	$\frac{4}{x+1}=\frac{10}{x+4}$
10)	$3\frac{3}{5}=2\frac{1}{2}x$	**20)**	$\frac{10}{\frac{1}{5}+\frac{1}{x}}=48$

1.3 Équations avec des puissances et des racines

Pour les équations comportant des puissances, il est possible d'extraire la racine à gauche et à droite.
Pour les équations comportant des racines, il est possible d'élever au carré à gauche et à droite.

1)	$\frac{3x^2}{2} = 24$	**7)**	$5 = \sqrt{x^2 + 9}$
2)	$\frac{4x^2}{9} + 5 = 21$	**8)**	$8 = \sqrt{x^2 - 36}$
3)	$\frac{13x^2}{5} = 65$	**9)**	$9 = \sqrt{17 + 4x^2}$
4)	$15 = \frac{4x^2}{3} - 12$	**10)**	$\sqrt{16 - 27x^2} = 2$
5)	$\frac{3x}{20} = \frac{9}{25x}$	**11)**	$a = \sqrt{x^2 + b^2}$
6)	$\frac{21}{32x} = \frac{7x}{24}$	**12)**	$a^2 = x^2 - b^2$

1.4 Équations de physique et de l'électrotechnique

1) $U = R \cdot I$

résoudre en fonction de "R" et "I"

2) $R = \frac{P}{I^2}$

résoudre en fonction de "P" et "I"

3) $P = \frac{U^2}{R}$

résoudre en fonction de "R" et "U"

4) $R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_{tot}} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$

résoudre en fonction de "R_2" et "R_{tot}"

5) $P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$

résoudre en fonction de "M" et "n"

6) $P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2$

résoudre en fonction de "P_1", "U_2" et "U_1"

7) $P \cdot t \cdot \eta = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$

résoudre en fonction de "P", "m" et "$\Delta\vartheta$"

8) $I = \frac{U_0}{R_i + R_L}$

résoudre en fonction de "U_0", "R_i" et "R_L"

9) $C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$

résoudre en fonction de "X_C"

10) $C = \frac{Q_C}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2}$

résoudre en fonction de "Q_C" et "U"

11) $P = \sqrt{S^2 - Q^2}$

résoudre en fonction de "S" et "Q"

12) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

résoudre en fonction de "R", "X_L" et "X_C"

Équations de physique et de l'électrotechnique (suite)

13)	$Z = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{X^2}}}$ résoudre en fonction de "R" et "X"	**21)**	$R_2 = \dfrac{U_2 \cdot R_1}{U - U_2}$ résoudre en fonction de "R_1", "U" et "U_2"
14)	$s = \dfrac{n_s - n}{n_s} \cdot 100\%$ résoudre en fonction de "n_s" et "n"	**22)**	$U_2 = U_1 \cdot \sqrt{\dfrac{P_2}{P_1}}$ résoudre en fonction de "U_1", "P_2" et "P_1"
15)	$R = \dfrac{\rho \cdot \ell}{A}$ résoudre en fonction de "ρ", "ℓ" et "A"	**23)**	$c = \dfrac{P \cdot t \cdot \eta}{m \cdot \Delta\vartheta}$ résoudre en fonction de "η"
16)	$d = \sqrt{\dfrac{4 \cdot A}{\pi}}$ résoudre en fonction de "A"	**24)**	$W = \dfrac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ résoudre en fonction de "C" et "U"
17)	$\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$ résoudre en fonction de "R_{20}" et " Δϑ	**25)**	$C_{tot} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}}$ résoudre en fonction de "C_3"
18)	$R_\vartheta = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$ résoudre en fonction de "R_{20}", "α" et " Δϑ"	**26)**	$f_r = \dfrac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ résoudre en fonction de "L" et "C"
19)	$I = \dfrac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$ résoudre en fonction de "R_2"	**27)**	$I = \dfrac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos(\varphi)}$ résoudre en fonction de "P" et "U"
20)	$R = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ résoudre en fonction de " R_2"	**28)**	$A = \dfrac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ résoudre en fonction de "D" et "d"

2. Logarithmes

Généralités

L'équation $b = a^x$ comporte 3 variables. Si a et b sont connus, on obtient x en appliquant un logarithme.

- $\log_a b$ est le nombre réel x, pour lequel $a^x = b$ s'applique:

$$\boxed{a^x = b;\ x = \log_a b}$$

$b > 0$

- Le nombre x est appelé logarithme de b par rapport à la base a.
- Le nombre b est le nombre associé au logarithme x et à la base a.
- Calculer le logarithme signifie donc déterminer l'exposant d'une puissance.

Logarithme

$x = \log_a b$

Nombre

Base

Exemples:

1) $\log_2 8 = 3$ car $2^3 = 8$

2) $\log_3 81 = 4$ car $3^4 = 81$

3) $\log_{10} 100 = 2$ car $10^2 = 100$

4) $\log_{10} 0{,}1 = -1$ car $10^{-1} = 0{,}1$

Il en résulte:

$a^{\log_a b} = b$	→	$3^{\log_3 9} = 9$ car $\log_3 9 = 2$ et $3^2 = 9$
$\log_a a = 1$	→	$\log_3 3 = 1$ car $3^1 = 3$
$\log_a 1 = 0$	→	$\log_3 1 = 0$ car $3^0 = 1$
$\log_a(a^x) = x$	→	$\log_3 3^2 = 2$ et $3^2 = 3^2$

Tous les logarithmes qui comportent la même base forment un système de logarithmes. Comme base, on peut utiliser tous les nombres positifs à l'exception de 0 et 1. Aujourd'hui, on utilise toutefois uniquement trois systèmes:

- logarithmes binaires (base 2): $\log_2 n$ resp. lb n
- logarithmes naturels ou népériens (base e): $\log_e b$ resp. ln b
- logarithmes décimaux (base 10): $\log_{10} b$ resp. lg b
  (également appelé logarithme de Briggs ou logarithme vulgaire)

Lois logarithmiques
Les lois logarithmiques sont valables dans n'importe quel système logarithmique. Nous allons examiner les 4 lois ci-dessous pour le système logarithmique vulgaire.

2.1 Multiplication

Dans le produit u * v, les facteurs peuvent aussi être écrits sous forme de „puissance de 10".

$u = 10^m$	alors	$m = \lg(u)$
$v = 10^n$	alors	$n = \lg(v)$
$u * v = 10^{m+n}$	alors	$m+n = \lg(u*v)$

Il en résulte: $\lg(u*v) = \lg(u) + \lg(v)$

Ou de manière générale: $\boxed{\log_a(u*v) = \log_a u + \log_a v}$

Exemples:

1) $10 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 0{,}1$ = $\underline{100'000}$

Transformations à l'aide des lois logarithmiques:

$\lg(10 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 0{,}1)$ $= \lg(10)+\lg(1)+\lg(100)+\lg(1000)+\lg 0{,}1)$

$= 1 + 0 + 2 + 3 + (-1)$

$= 5$

$= 10^5 = 100'000$

ou:

$\lg(10 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 0{,}1)$ $= \lg(100'000) = 5$

2) $\lg(10 * 1000)$ $= \lg(10) + \lg(1000) = 1 + 3 = 4$

ou:

$\lg(10 * 1000)$ $= \lg(10'000) = 4$

3) $\lg(10) + \lg(0{,}1) + \lg(100)$ $= \lg(10*0{,}1*100) = \lg(100) = \underline{2}$

ou:

$\lg(10) + \lg(0{,}1) + \lg(100)$ $= 1 + (-1) + 2 = 2$

Le logarithme d'un produit est la somme des logarithmes de ses facteurs!

2.2 Calculer avec des tables de logarithmes

1) La multiplication 36 * 226 doit être déterminée à l'aide de la table des logarithmes:

$\lg(36 * 226) = \lg(36) + \lg(226)$

lg(36): Mantisse 36 verticalement 0 horizontalement → 5563
lg(226): Mantisse 22 verticalement 6 horizontalement → 3541
de la table

Indice de 36: à deux chiffres ⇒ 1
Indice de 226: à trois chiffres ⇒ 2

(→ inférieur de 1 au nombre de chiffres avant la virgule pour les nombres supérieurs à 1)

$$\begin{aligned}\lg(36) &= 1 + 0{,}5563\\ \lg(226) &= \underline{2 + 0{,}3541}\\ &\underbrace{3{,}9104}\end{aligned}$$

La mantisse se situe entre 9101 et 9106 dans la table

Interpolation: le logarithme grandit de 5 unités (9101 / 9106)

Le nombre augmente de 10 unités (8130 / 8140)

9101 → 8130
9106 → 8140

$\frac{10}{5} * 3 = 6$ (9104 – 9101 = 3)

Solution: 8130 (indice 3: 4 chiffres avant la virgule)
\+ 6
813 (avec calculatrice: 36 * 226 = 8136)

2) Le logarithme de 35,46 doit être déterminé au moyen de la table de logarithmes:

$lg(35,46) = ?$ 35,46 se situe entre 35,40 et 35,50

$lg(35,40) = 1 + 0,5490 = 1,5490$

$lg(35,50) = 1 + 0,5502 = 1,5502$

Interpolation: le logarithme grandit de 10 unités (35,40 / 35,50)

Le nombre augmente de 12 unités (5490 / 5502)

$\frac{12}{10} \cdot 6 \approx 7$ (35,46 – 35,40 = 6 unités)

Solution: $1,5490 + 7 \rightarrow \underline{\underline{1,5497}}$

(avec calculatrice: log(35,46 = $\underline{\underline{1,54974}}$)

2.3 Division

Si u est le numérateur et v le dénominateur d'une fraction, les deux nombres peuvent aussi être écrits comme des puissances de dix:

$u = 10^m$ alors $m = lg(u)$

$v = 10^n$ alors $n = lg(v)$

$$\frac{u}{v} = \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \Rightarrow m-n = lg\left(\frac{u}{v}\right)$$

Il en résulte:

$$lg\left(\frac{u}{v}\right) = lg(u) - lg(v)$$

Ou de façon générale:

$$\boxed{\log_a (u/v) = \log_a u - \log_a v}$$

u, v, a >0

a≠1

Exemples:

1) $\lg\left(\frac{1000}{10}\right) = \lg(1000) - \lg(10)$

$= 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$

ou:

$\lg\left(\frac{1000}{10}\right) = \lg(100) = \underline{\underline{2}} \quad (\rightarrow 10^2 = 100)$

2) $\lg\left(\frac{1}{100}\right) = \lg(1) - \lg(100)$

$= 0 - 2 = \underline{\underline{-2}}$

$(\rightarrow 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100})$

L'exemple 2 illustre un cas particulier, où la règle générale est la suivante :

$$\boxed{\lg\left(\frac{1}{v}\right) = -\lg(v) \quad \text{bzw.} \quad \log_a\left(\frac{1}{v}\right) = -\log_a(v)}$$

3) $\lg\left(\frac{\lg\frac{1}{10}}{\lg\frac{1}{10}}\right) = \lg(1) = \underline{\underline{0}} (\rightarrow 10^0 = 1)$

ou: $\lg\left(\frac{\lg\frac{1}{10}}{\lg\frac{1}{10}}\right) = \lg\left(\frac{\lg(10) - \lg(100)}{-\lg(10)}\right) = \lg\left(\frac{1-2}{-1}\right) = \lg(1) = \underline{\underline{0}}$

Le logarithme d'une fraction est calculé en soustrayant

le logarithme du dénominateur au logarithme du numérateur!

de l’exemple 2, on obtient:

Le logarithme d’une fraction est égal au logarithme négatif de sa valeur réciproque:

$$\lg(u/v) = -\lg(v/u); \qquad \lg(u) = -\lg(1/u)$$

2.4 Élever à la puissance

L’expression $\lg(a^3)$ peut également être écrite de la manière suivante:

$\lg(a^3) = \lg(a * a * a)$

selon la règle de multiplication:

$\lg(a * a * a) = \lg(a) + \lg(a) + \lg(a) = 3 * \lg(a)$

Il en résulte: $\lg(a^n) = n * \lg(a)$

a, b >0

a≠1

Ou de façon générale: $\boxed{\log_a(b^n) = n * \log_a b}$

Exemples:

1) $\lg(\underbrace{1000^{1000}})$ $= 1000 \cdot \lg(1000)$

avec calculatrice : out of range !

$= 1000 \cdot 3 = \underline{\underline{3000}}$

2) $\lg\left(\left(\frac{1}{100}\right)^3\right) = 3 \cdot \lg\left(\frac{1}{100}\right) = -3 \cdot \lg(100) = -3 \cdot 2 = \underline{\underline{-6}}$

ou: $= \lg\left(\left(100^{-1}\right)^3\right) = \lg((100)^{-3}) = -3 \cdot 2 = \underline{\underline{-6}}$

ou: $= \lg\left(\left(\frac{1}{10^2}\right)^3\right) = \lg\left(\left(10^{-2}\right)^3\right) = \lg(10^{-6}) = -6 \cdot \lg(10)$

Le logarithme d'une puissance est égal au logarithme de la base, multiplié par l'exposant!

2.5 Extraire la racine

Comme chaque racine peut être écrite sous forme de puissance, la loi des puissances s'applique aussi aux racines!

si $\sqrt[n]{u} = u^{\frac{1}{n}}$ alors $\lg\left(\sqrt[n]{u}\right) = \lg\left(u^{\frac{1}{n}}\right)$

Il en résulte: $\lg\left(u^{\frac{1}{n}}\right) = \frac{1}{n} * \lg(u)$ (règle des puissances)

Ou de façon générale: $\boxed{\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b}$ $a,\ b > 0$, $a \neq 1$

Il s'applique également: $\boxed{\log_a \sqrt[v]{b^u} = \frac{u}{v} \log_a b}$ $u,\ v \rightarrow$ nb naturels

Exemples:

1) $\lg\sqrt{10^4}$ $= \lg\left(10^{\frac{4}{2}}\right) = 2\lg(10) = \underline{\underline{2}}$

2) $\lg \sqrt[3]{\frac{a^2 * b^2}{c}} = \frac{1}{3} * \lg\left(\frac{a^2 * b^2}{c}\right)$

$= \frac{1}{3}(\lg(a^2) + \lg(b^2) - \lg(c))$

$= \frac{1}{3}(2\lg(a) + 2\lg(b) - \lg(c))$

Le logarithme d'une racine est égal au logarithme du radical divisé par l'exposant de la racine

Lien entre les systèmes de logarithmes

$$\boxed{\frac{1}{\log_a b} = \log_b a}$$

Exemple:

1) $\frac{1}{\log_2 4}$ = $\log_4 2 = \frac{1}{2}$ (car $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$)

contrôle:

$\log_2 4$ = 2 (denn $2^2 = 4$) $\Rightarrow \frac{1}{\log_2 4} = \frac{1}{2}$ juste!

2) $\frac{1}{\log_8 64}$ = $\log_{64} 8 = \frac{1}{2}$ (car $64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$)

contrôle:

$\log_8 64$ = 2 (denn $8^2 = 64$) $\Rightarrow \frac{1}{\log_8 64} = \frac{1}{2}$ juste!

3) $\frac{1}{\lg(100)}$ = $\log_{100} 10 = \frac{1}{2}$ (car $100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$)

contrôle:

$\lg(100)$ = 2 (denn $10^2 = 100$) $\Rightarrow \frac{1}{\lg(100)} = \frac{1}{2}$ juste!

$$\boxed{\log_a z = \frac{\lg(z)}{\lg(a)} = \frac{\ln(z)}{\ln(a)}}$$

Exemples:

1) $\log_2 4 = \underline{\underline{2}}$ (car $2^2 = 4$)

$\frac{lg(4)}{lg(2)} = \underline{\underline{2}}$ (avec calculatrice)

$\frac{ln(4)}{ln(2)} = \underline{\underline{2}}$ (avec calculatrice)

2) $\log_{10} 100 = \frac{lg(100)}{lg(10)} = \frac{2}{1} = 2$

$lg(100) = \underline{\underline{2}}$

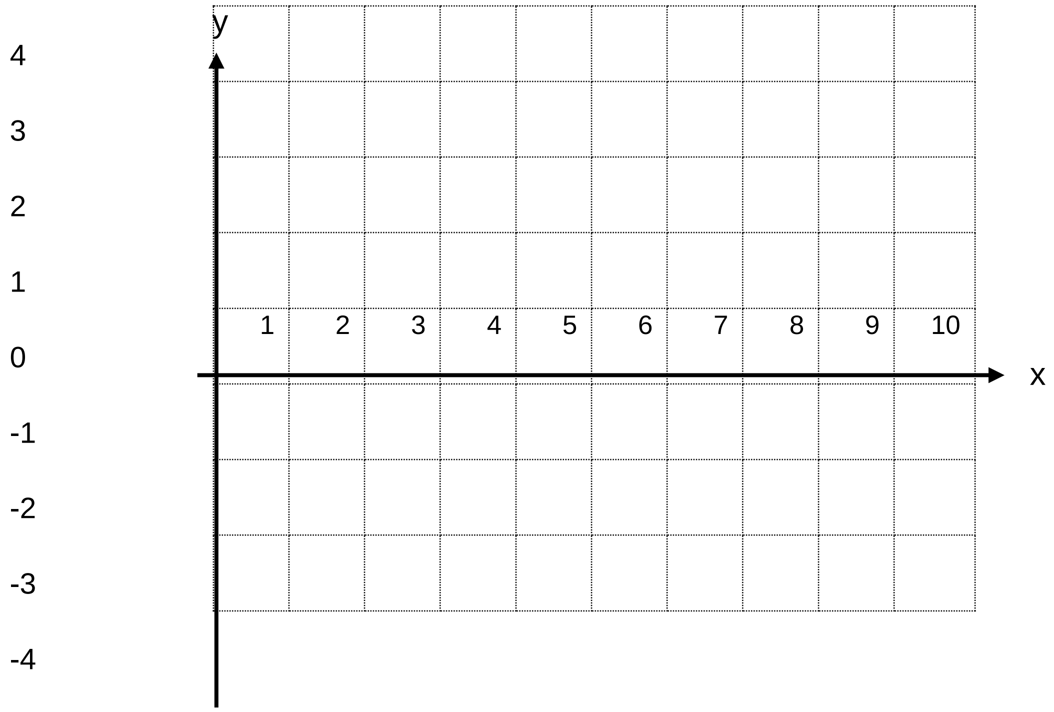
$\frac{ln(100)}{ln(10)} = \underline{\underline{2}}$ (avec calculatrice)

3) $\log_7 200 = \frac{lg(200)}{lg(7)} = \underline{\underline{2,723}}$ (avec calculatrice)

contrôle: $7^{2,723} = 200 \rightarrow$ o.k. (avec calculatrice)

ou: $\frac{ln(200)}{ln(7)} = \underline{\underline{2,723}}$ (avec calculatrice)

Comparaison entre le système de logarithmes décimaux et le système de logarithmes naturels



x	y = ln(x)
0,1	-2,3
0,5	-0,7
1	0
2	0,7
3	1,1
5	1,6
10	2,3

x	y = lg(x)
0,1	-1
0,5	-0,3
1	0
2	0,3
3	0,5
5	0,7
10	1

- les courbes se recoupent: *x = 1*
- pour $x < 1$, il s'applique: *ln(x) < lg(x)*
- pour $x > 1$, il s'applique: *ln(x) > lg(x)*

2.6 Exercices Transformer en logarithmes

Calculs numériques à l'aide de logarithmes

1. $312 \cdot 15 \cdot 6 = \underline{\underline{28080}}$
2. $128 \cdot 11 \cdot 3$
3. $25{,}2 \cdot 11{,}6 \cdot 4$
4. $13{,}5 \cdot 14{,}3 \cdot 27{,}3$
5. $1{,}43 \cdot 2{,}57 \cdot 3{,}93$
6. $0{,}146 \cdot 4{,}34 \cdot 0{,}0126 \cdot 3$
7. $1{,}34 \cdot 0{,}11 \cdot 14{,}2 \cdot 0{,}00364$
8. $0{,}000354 \cdot 1200 \cdot 1{,}46 \cdot 1{,}57$
9. $0{,}136 \cdot 3{,}14 \cdot 1250 \cdot 0{,}0054 \cdot 1{,}3$
10. $11{,}4 \cdot 13{,}7 \cdot 19{,}7 \cdot 1{,}1 \cdot 2{,}2$
11. $1{,}1 \cdot 2{,}22 \cdot 3{,}33 \cdot 4{,}44 \cdot 5{,}55$
12. $3{,}14 \cdot 12{,}5 \cdot 0{,}00271 \cdot 1{,}36$
13. $0{,}01 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}153 \cdot 0{,}987 \cdot 0{,}5$
14. $3{,}72 \cdot 0{,}372 \cdot 37{,}2 \cdot 372 \cdot 0{,}00372$
15. $3{,}78 \cdot 4{,}555 \cdot 4{,}375 \cdot 3{,}784 \cdot 1854$
16. $\dfrac{64 \cdot 13 \cdot 15}{12 \cdot 17 \cdot 34}$
17. $\dfrac{137 \cdot 837 \cdot 437}{843 \cdot 999 \cdot 111}$
18. $\dfrac{1{,}430 \cdot 4{,}36 \cdot 0{,}786 \cdot 1{,}4}{3{,}46 \cdot 7{,}45 \cdot 0{,}076}$
19. $\dfrac{11{,}4 \cdot 0{,}00378 \cdot 0{,}00482 \cdot 120}{13{,}7 \cdot 0{,}00112 \cdot 0{,}0724}$
20. $\dfrac{15{,}30 \cdot 1{,}28 \cdot 3{,}34 \cdot 0{,}027}{17{,}4 \cdot 15{,}8 \cdot 15 \cdot 12}$
21. $\dfrac{11{,}9 \cdot 9{,}88 \cdot 0{,}0292 \cdot 3{,}33}{0{,}0123 \cdot 0{,}00245 \cdot 39{,}5}$
22. $\dfrac{36{,}4 \cdot 0{,}482 \cdot 1250}{29{,}4 \cdot 0{,}123 \cdot 4{,}82}$
23. $\dfrac{14{,}55 \cdot 17{,}65 \cdot 19{,}45}{0{,}1255 \cdot 4{,}323 \cdot 11{,}28}$
24. $12{,}5^2$
25. $13{,}7^3$
26. $15{,}4^3$
27. $1{,}14^8$
28. $0{,}987^{15}$
29. $34{,}1^3$
30. $0{,}0976^4$
31. $25 \cdot 0{,}483^3$
32. $0{,}987^{11} \cdot 1{,}34^{15} \cdot 6$
33. $0{,}0164^7 \cdot 1{,}42^5 \cdot 3{,}7^2$
34. $1{,}46^3 \cdot 3{,}14^5 \cdot 0{,}27^2$
35. $34{,}5^2 \cdot 0{,}0017^{13} \cdot 531$
36. $14{,}3^4 \cdot 1{,}11^6 \cdot 0{,}2^4$
37. $1{,}76^3 \cdot 4{,}4^2 \cdot 0{,}1255^6$
38. $\dfrac{65{,}8^3 \cdot 0{,}928^4}{5{,}695^3}$
39. $\dfrac{1{,}12^{16} \cdot 3{,}25^4 \cdot 26{,}4}{4{,}3^2 \cdot 0{,}14^8}$
40. $\dfrac{15^4 \cdot 2130^4}{8^7 \cdot 66^5 \cdot 243^3}$
41. $\dfrac{243^3 \cdot 0{,}0876^3}{0{,}422^4 \cdot 0{,}621^2}$
42. $\dfrac{982{,}5^5 \cdot 11{,}25}{(21{,}03 \cdot 9{,}15)^6}$
43. $45{,}3 \cdot 3{,}14 + 2{,}17 \cdot 0{,}0276 - 13{,}4 \cdot 17{,}2$
44. $3{,}14 \cdot 300 - 17{,}2^2 + 15{,}4^2 \cdot 3{,}6^3$
45. $\dfrac{13{,}3^3 \cdot 17{,}2^5}{9{,}46^6 \cdot 18{,}3^3} + \dfrac{14{,}2^3 - 10{,}3^2}{19{,}7^3 \cdot 173}$
46. $\sqrt{2}$
47. $\sqrt{3}$
48. $\sqrt{7}$
49. $\sqrt{27}$
50. $\sqrt{17}$
51. $\sqrt[3]{42{,}7}$
52. $\sqrt[5]{16{,}8}$
53. $\sqrt[7]{38000}$
54. $\sqrt[4]{0{,}0297}$
55. $\sqrt[11]{1{,}905}$
56. $\sqrt[3]{383000}$
57. $\sqrt{1{,}46^3}$
58. $\sqrt[5]{0{,}487^8}$
59. $\sqrt{128^3 + 147^2}$
60. $\sqrt{27} : \sqrt{0{,}768}$
61. $\sqrt{13{,}7} \cdot \sqrt[3]{15{,}7^2}$
62. $\dfrac{\sqrt{1{,}76^2} \cdot \sqrt{97800}}{\sqrt{13{,}8}}$
63. $\sqrt{637{,}5} \cdot 12{,}9^{13} \cdot 0{,}00176^7$
64. $\sqrt{3\sqrt{3}} : \sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}}$
65. $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$
66. $\sqrt{12{,}5^3 \sqrt{0{,}486}}$
67. $\sqrt{0{,}278 \cdot \sqrt{4{,}86^3}}$
68. $\dfrac{12{,}4^3 \cdot 17{,}8^2 \cdot \sqrt{2\sqrt{3}}}{3{,}14^2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}$
69. $\sqrt[5]{48{,}3^2} : \sqrt[6]{72{,}5^3}$
70. $\sqrt[7]{\dfrac{36{,}5 \cdot 6{,}83}{0{,}876}}$
71. $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$
72. $\sqrt[5]{21 + \sqrt[3]{26}}$
73. $\sqrt{\dfrac{\sqrt{750} \cdot 0{,}536^7 \cdot \sqrt[3]{75{,}8}}{5{,}94^2 \cdot \sqrt[4]{0{,}465} \cdot 0{,}84^2}}$
74. $\sqrt[7]{\dfrac{\sqrt[4]{0{,}0295} \cdot 0{,}578^{12} \cdot \sqrt[3]{6{,}5^9}}{5{,}64^{3{,}2} \cdot \sqrt[6]{\dfrac{0{,}45}{3{,}81}} \cdot 0{,}00275^6}}$

Les expressions suivantes doivent être converties en logarithmes, puis transformées autant que possible.

75. $\left(\frac{x \cdot a}{n}\right)^b \cdot d \cdot \sqrt{an}$

76. $a^2 - x^2$

77. $\frac{x^m \cdot b \cdot n^n}{cd^x}$

78. $a^{x+y} \cdot b^{x-y}$

79. $\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot b^6}{c^4}$

80. $\frac{a^{\frac{x}{2}} \cdot x^{-\frac{a}{b}}}{n^{-3}}$

81. $\sqrt[a]{\frac{a^4 b^2}{x^5}}$

82. $\frac{a}{b}\sqrt[a]{n^x} \cdot \frac{x}{y}\sqrt[n]{x^c y^d}$

83. $\frac{b\sqrt[x]{a}}{n\sqrt[a]{x}}$

84. $\frac{(x+y)^a \cdot \sqrt[b]{n^c}}{\sqrt[z]{x^b}}$

85. $\sqrt[b]{(a-b) \cdot (x+y)} : (c+d)$

86. $\left(\frac{2}{a+1}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{a-1}\right)^{-3} : \left(\frac{a+1}{a-1}\right)^{-5}$

87. $\sqrt[a]{\frac{n^2(b+c) - x^2(b+c)}{y(b-c)}}$

88. $\sqrt[c]{\frac{m^x \cdot \sqrt[5]{a^2}}{(ax)^4 \cdot (nz)^7}}$

89. $\sqrt[b]{\frac{a^2 - 17a + 60}{2an^2 - 18anx + 40ax^2}}$

Équations avec logarithmes

$x = 4$

90. 3 * lg(x) = 2*lg(8)

3333,3

91. lg(3x) = 4

$x = 24$

92. $\frac{1}{2}$ * lg(x+1) = 1 - lg(2)

$x = \frac{1}{2}$

93. lg(x+4) + lg(x) = 2 * lg(x+1)

$x = 5$

94. lg(9x+5) - lg(x) = 1

$x = 10$

95. lg $\sqrt{x^3}$ = 1,5 * lg(10)

$x = 13$

96. $\sqrt{a^{x-3}} = \sqrt[3]{a^{2+x}}$

97. Un tonneau contient 100 ℓ de vin. Le serveur en boit 1 ℓ par jour et le remplace par de l'eau. Au bout de combien de jours le vin sera-t-il à 80%?

au bout de 22,2 jours

98. Combien de fois un morceau de papier de 0,15 mm d'épaisseur doit-il être plié, pour que la couche de papier ait une épaisseur de 1m au moins?

13 pliages

98. $3 + 2^x = 4^x$ ***$x = 1,204$***

3. Règle de trois

Extrait du livre de calcul Europa ET, édition 16

Beispiel 1: Eine Leitung der Länge $l_1 = 50$ m wiegt $m_1 = 60$ kg. Berechnen Sie die Masse m_2 von $l_2 = 20$ m einer derartigen Leitung mit gleichem Querschnitt. **Überlegung:** Die doppelte Länge entspricht der doppelten Masse, die halbe Länge bedeutet die halbe Masse. **Folgerung:** a) Die Masse ist der Länge direkt proportional: $l \sim m$ b) Die Massen verhalten sich zueinander wie die Längen: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_2}{l_1}$	**Lösung nach a) mit Dreisatz:** 50 m wiegen 60 kg 1 m wiegt 60 kg/50 = 1,2 kg 20 m wiegen 1,2 kg · 20 = **24 kg** **Lösung nach b) mit Verhältnisgleichung:** $\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow m_2 = \frac{l_2 \cdot m_1}{l_1} = \mathbf{24\ kg}$
Beispiel 2: Ein Kupferleiter mit dem Querschnitt $A_1 = 6\ \text{mm}^2$ ist $l_1 = 50$ m lang. Berechnen Sie die Länge l_2 eines Leiters gleicher Masse mit Querschnitt $A_2 = 4\ \text{mm}^2$. **Überlegung:** Doppelter Querschnitt bedeutet die halbe Länge, halber Querschnitt bedeutet die doppelte Länge. **Folgerung:** a) Die Länge ist dem Querschnitt indirekt (umgekehrt) proportional: $l \sim \frac{1}{A}$ b) Die Längen verhalten sich zueinander umgekehrt wie die Querschnitte: $\frac{l_2}{l_1} = \frac{A_1}{A_2}$	**Lösung nach a) mit Dreisatz:** 6 mm² ⇒ 50 m 1 mm² ⇒ 50 m · 60 = 300 m 4 mm² ⇒ 300 m/4 = **75 m** **Lösung nach b) mit Verhältnisgleichung:** $\frac{l_2}{l_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow l_2 = \frac{A_1 \cdot l_1}{A_2} = \mathbf{75\ m}$

Exemple 1: Une conduite de longueur $L_1 = 50$ m pèse $m_1 = 60$ kg. Calculez la masse m_2 de $L_2 = 20$ m d'une conduite de ce type avec la même section. Réflexion:	

3.1 Exercices

1. Der Preis für 25 Gerätesicherungen beträgt 12 €. Wieviel kosten 6 gleiche Sicherungen?
2. 50 m Kupferleitung wiegen 2,25 kg. Wieviel m sind in einer Rolle von 1,44 kg noch enthalten?
3. Nach dem Anschließen eines Elektroheizgeräts dreht sich die Scheibe des Zählers in 8 Minuten 40mal. Wie groß wäre die Umdrehungszahl der Zählerscheibe nach einer vollen Stunde?
4. Ein Satz von 5 Meldeleuchten kann durch einen Akkumulator 240 Stunden lang betrieben werden. Welche Betriebsdauer wäre mit dieser Batterie bei 3 derartigen Meldeleuchten möglich?
5. Bei der Montage von Netzgeräten sind 3 Arbeiter 42 Stunden lang beschäftigt. Wie viele Arbeiter müssten eingesetzt werden, wenn für die Montage von gleich vielen Geräten 18 Stunden vorgesehen sind?
6. Die Betriebskosten für 24 Leuchtstofflampen betragen 10,80 € in 45 Stunden bei Dauerbetrieb. Welche Kosten entstehen in 40 Stunden für 36 gleiche Lampen bei Dauerbetrieb?
7. 4 Automaten stanzen in 9 Stunden 7200 Kernbleche für Transformatoren. Wie viele derartige Maschinen müssen eingesetzt werden, wenn in 5 Stunden 9000 Bleche gefertigt werden sollen?